ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

DIRECTOR ADJUNTO: ALBERTO G. URCELAY

SEPTIEMBRE 1950 — ENTREGA III — TOMO CL

SUMARIO

Pág.

MIGUEL M. MUHLMANN. — Contribución a la psamografía argentina - VI Arenas para Metalurgia 109

Homenaje a la memoria del extinto paleontólogo Lucas Kraglievich..... 129

SECCIÓN CONFERENCIAS:

LUIS A. SANTALÓ. — Aplicaciones y problemas actuales de algunas teorías matemáticas 136

BIBLIOGRAFÍA. — C. y J. VILLALOBOS, Atlas de los colores ». - ALBERT et CHARLES MEURICE, « Les Industries minerales », por el Dr. JOSÉ LIEBERMANN 155

20 NOV. 1950

BUENOS AIRES

AVDA. SANTA FE 1145

1950

AÑO DEL LIBERTADOR GENERAL SAN MARTIN

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Bernardo A. Houssay
Dr. Alberto Einstein
Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Ing. Guillermo Marconi †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. R. Armando Marotta; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi.

JUNTA DIRECTIVA

(1950-1951)

Presidente	Ingeniero Doctor **Eduardo M. Huergo**
Vicepresidente 1º	Doctor **Abel Sánchez Díaz**
Vicepresidente 2º	Doctor **Eduardo Braun-Menéndez**
Secretario de actas	Doctor **Antonio Casaubert**
Secretario de correspondencia.	Agrimensor **Antonio M. Saralegui**
Tesorero	Ingeniero **Edmundo Parodi**
Bibliotecario	Ingeniero **Ferruccio A. Soldano**
Vocales	Ingeniero **Luis M. Ygartúa**
	Doctor **Venancio Deulofeu**
	Ingeniero **José S. Gandolfo**
	Ingeniero **Ludovico Ivanissevich**
	Capitán de Fragata **Emilio L. Díaz**
	Ingeniero **Gaston Wunenburger**
	Doctor **Andrés López García**
	Ingeniero **Enrique G. E. Clausen**
	Doctor **Alberto González Domínguez**
Suplentes	Ingeniero **Ignacio Raver**
	Doctor **David J. Spinetto**
	Ingeniero **Silvio J. Arnaudo**
	Doctor **Elías A. De Cesare**
	Ingeniero **Armando L. De Fina**
	Ingeniero **Juan Esperne**
Revisores de balances anuales	Arquitecto **Carlos E. Géneau**
	Ingeniero **Pedro Mendiondo**

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. **Artº 10 del Reglamento de los "ANALES"** (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Gerencia de la Sociedad, avenida Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anormalidad, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 311-325 - Buenos Aires

ING. EMILIO REBUELTO

† EL 26/9/50

Compaginada ya esta entrega, un doloroso suceso nos ha obligado a enlutar sus páginas: el ingeniero Emilio Rebuelto, socio benemérito, por múltiples razones, de la Sociedad Científica Argentina, Director calificado de estos *Anales* desde el año 1934, hombre de ciencia, profesor, funcionario público, falleció repentinamente en la madrugada del 26 de septiembre en la Capital Federal. La infausta nueva nos ha anonadado...

Sin tiempo para insertar en este número una necrología de extensión proporcionada a la enorme actividad que en su vida destacó al extinto, nos limitamos, por ahora, a dejar constancia de la angustia provocada por su deceso, a reproducir su fotografía y a expresar que sus restos fueron inhumados el 26/9 en el Panteón de la Ciencia de la Sociedad Científica Argentina, cementerio de la Recoleta, ante crecida y acongojada concurrencia.

CONTRIBUCIONES A LA PSAMOGRAFIA ARGENTINA

VI

ARENAS PARA METALURGIA (*)

POR

MIGUEL M. MUHLMANN

Si el estudio de una arena desde el punto científico es complicado, lo es más aún cuando el investigador trata de hallarle alguna aplicación, algún rendimiento económico. En su real alcance y mientras se pueda, toda investigación debe orientarse hacia una finalidad práctica en beneficio de la humanidad. Pues bien, en el terreno de la psamología, esta segunda parte, de innegable valor, nuclea una serie de procedimientos, algunos ya standardizados, por los cuales se indagan las propiedades de ese material sedimentario para utilizarlo en una determinada rama de la industria.

Las dificultades que se observan en su estudio, son inherentes a las características que presenta esa roca, pues no siendo constante su composición y estructura, la variabilidad de ambas trae como consecuencias modificaciones de importancia en la órbita industrial. Y ellas son más acentuadas si las aplicaciones se vinculan a la industria metalúrgica, en la elaboración de moldes para la fabricación de distintas piezas de fundición.

Debemos comenzar por decir, que no existe un criterio exacto, definido, uniforme, sobre el nombre del material que se emplea en

(*) Este trabajo ha sido extraído de una conferencia pronunciada por el autor el 3 de noviembre de 1948 en la Sociedad Científica Argentina. La misma fué ilustrada con proyecciones luminosas y con el material sedimentario de ese tipo recogido en Junín, San Nicolás, Quilmes y Carabelas (Paraná), provincia de Buenos Aires y cuya parte de aplicación a la metalurgia realizó en los laboratorios del Ferrocarril General San Martín, ex Pacífico, en la ciudad de Junín y en la Fundición Santini Hnos., en esta capital.

estos casos. Unos hablan de arenas, otros de tierras de fundición. A mi criterio estos términos no pueden ni deben ser utilizados indistintamente. En unos casos se trata de arenas, ya sea de granos gruesos, medianos o finos, con cierta proporción de silt y arcilla. A veces la presencia de estas dos últimas es muy marcada y entonces en mi concepto, puede llamarse tierra de fundición, ya que este material, con cierta proporción de humedad, se asemeja a una masa barrosa, donde los granos se apelmazan con toda facilidad. Pero la observación a través del microscopio de polarización pone en evidencia, pequeños cristales o fragmentos de cristales del tamaño de las arenas muy finas, entremezclados en una pasta homogénea. En muchos establecimientos industriales no se respeta este distingo y los capataces y obreros denominan sin criterio alguno, arena o tierra de fundición, a la materia utilizada para recibir y dar forma a la colada. Todo está en conocer la proporción de silt y arcilla presentes. Si predominan estas, no hay duda que estamos en presencia de una tierra de fundición; pero si en cambio el predominio pertenece a los granos mayores, debemos hablar de arenas de fundición.

En los dos casos la composición no es estable y ello incide en el índice de aplicabilidad. No sucede como en las rocas magmáticas que tienen composición química-mineralógica definida. En el caso que nos interesa nada es constante. La composición, cantidad y calidad de sus integrantes varían de un yacimiento a otro y dentro de un mismo yacimiento, de una zona a otra que pueden estar muy próximas. No siempre de la misma roca consolidada se obtiene la misma arena. Y eso es muy importante.

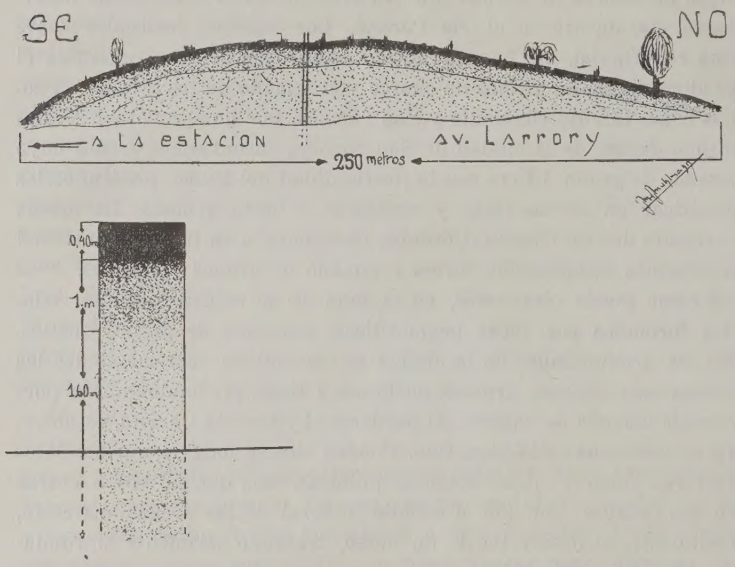
De continuo se observa que de dos rocas de la misma constitución, que se encuentran en zonas donde obran distintos factores de destrucción, se obtiene un material sedimentario de variable grado de alteración, en el que pueden diferenciarse sus integrantes por la forma, tamaño y superficie de los granos y por el residuo arcilloso. A ello debe agregarse otro aspecto de no menor interés. Las arenas provenientes de la destrucción de las rocas consolidadas casi siempre no aparecen vírgenes, incontaminadas. A los minerales de origen se van agregando otros de variadas fuentes; minerales llevados por el afluente de un río o simplemente por el aire, alterando en distintos grados, su composición primitiva, en tal forma que, muchas veces aparece una arena casi completamente distinta entre el principio y el final de la red fluvial que la arrastra. También debe tenerse

en cuenta la velocidad de la corriente que selecciona el material de acuerdo con el tamaño, obrando como si fuera un aparato elutriador. Esta velocidad puede sufrir cambios en su intensidad y a esta variación se debe que se encuentran tramos en que predominan unos tipos de bancos de arenas que difieren de otros. Ello puede observarse claramente en el río Paraná. Los estudios realizados sobre esta red fluvial, me han permitido comprobar como se modifica el predominio de los granos de cuarzo y el tamaño de los mismos en zonas como Ibicuy, Diamante y San Nicolás, por no citar otras. Y aún mismo dentro de la ciudad de San Nicolás, encontramos arenas cuyo tamaño de grano difiere con la profundidad del banco, pudiéndoselas clasificar en arenas finas y medianas y hasta gruesas. La misma corriente del río Cuarto, Córdoba, distribuye a su largo un material de distinta composición, forma y tamaño de granos de arenas. Y es así como puede observarse, en la zona de su origen, grandes rodados formados por rocas pegmatíticas, rodeados de granos sueltos. En las proximidades de la ciudad se encuentran entremezcladas las arenas muy gruesas, gruesas, medianas y finas, predominando un porcentaje elevado de cuarzo. Al perderse el río en la Carlota, se observa un sedimento más bien fino. Pueden citarse todavía muchos otros factores, como el clima, acciones químicas, etc., que no voy a entrar en sus detalles, por que el estudio integral de las arenas abarcaría, fácilmente, el desarrollo de un curso, tratando solamente lo fundamental de su conocimiento.

Vamos a considerar el otro aspecto: el pragmático. La aplicación de las arenas para metalurgia exige, aunque a primera vista no lo parezca, normas muy estrictas, de cuyo fiel cumplimiento dependerá el éxito del molde y por ende de la pieza fundida. El margen de tolerancia en su uso, es en general menor que el observado en otras industrias, pues debe conjugarse, para su feliz resultado, la composición de los granos y la estructura que resulta de su conjunto.

Las arenas empleadas para los moldes de fundición, requieren una relación armónica de muchas cualidades. A medida que aumenta el número de estas, la pieza fundida presentará mejores condiciones de elaboración y mayor duración. Basta que uno de los factores naturales no coordine con el resto, para que el molde adolezca de pequeñas deficiencias, las que deben ser subsanadas dentro de las posibilidades al alcance de cada uno. En unos casos no es difícil esa corrección, pero en otros, no es factible o resulta antieconó-

mica, por que es necesario no olvidar, que toda industria gira en torno a un hecho de real y permanente actualidad: el costo de producción. Fácil es añadirle cierta cantidad de arcilla, melaza, aceite de ballena o de otro material ligante para lograr la mayor trabazón



Médano cortado de SE. a NO. por la avenida Larrory, ubicado a unos 800 metros hacia NO. de la estación Junín, del Ferrocarril Nacional General San Martín, provincia de Buenos Aires. Tiene una longitud aproximada de unos 250 metros y una altura de 3 metros. Luego de una capa de unos 40 centímetros de tierra negra, algo arenosa, se observa una capa de arena, cuya parte superior es de color castaño obscuro (1 metro) y la inferior, que llega hasta el nivel de camino (1,60 metros) es de color castaño claro. Integra esta última capa una arena fina, muy fina, silt-ligeramente arcillosa, sumamente húmeda y de fácil adherencia, constituída por granos irregulares, cuyos ensayos permitieron revelar que se trata de un material de inmejorables condiciones para ser empleado, especialmente, en la preparación de moldes para la fundición del bronce. (Del trabajo de beca presentado por el autor a la Comisión Nacional de Cultura, años 1946 y 1947, sobre el Estudio geológico-mineralógico, granulométrico, químico e industrial, de las arenas de los médanos de la ciudad de Junín y alrededores).

de los granos o aumentar la permeabilidad y el poder refractario por el agregado de arena silícea. Pero en cambio, es más difícil y costoso alterar la forma, el tamaño y la proporción de sus granos, si ellos no responden a las necesidades de la pieza a fundirse. La obstrucción de los poros, reduce la permeabilidad del molde y en-

tonces, el vapor de agua y los gases desprendidos del metal líquido, o de las aleaciones, al no poder escapar por su vía normal, o sea por los conductos formados en la arena, lo hacen por la pieza, la que resulta porosa o picada y de menor resistencia, y sólo puede tener valor, si ésta aun se encuentra comprendida dentro de los límites de su aplicación suficiente. Pequeñas causas, como al parecer son estas, producen graves efectos. Se reduce el rendimiento útil de una pieza y muchas veces se sorprende uno por un mayor desgaste o por su rotura, no obstante haberse anulado casi totalmente la fricción por el empleo de un lubricante. No pocos implementos importados, fabricados con el apuro lógico de la guerra, adolecen de fallas técnicas en la fundición. Implementos utilizados de continuo en el confort del hogar moderno, ofrecen bien visibles esos defectos, que no sólo afean su presentación, hecho de segunda importancia, sino que acortan el período de su empleo eficiente.

Hemos dicho anteriormente que las características que presentan las arenas son inconstantes. Esa permanente variabilidad ha creado, también, una cierta incertidumbre en el hombre de ciencia, que trata siempre, en lo que le sea posible, de llegar a una constante, a reducir sus términos a un común denominador, para simplificar sus tareas. Es decir, trata de llegar a la ley, que tiene carácter general, universal. Esto presenta sus dificultades cuando se refiere a la investigación de las arenas. Los distintos factores aludidos modifican permanentemente la calidad y cantidad de sus componentes, lo que complica su estudio, complicación que se acrecienta cuando se trata de hallar la aplicación en la metalurgia a las arenas naturales.

Pero el hombre de ciencia no se ha dejado vencer por esta inestabilidad y frente a ella, ha redoblado sus esfuerzos, canalizando soluciones cada vez más aceptables y reconocidas en la práctica. Sobre la base de los primeros ensayos fué edificando, no hace mucho tiempo, los primeros eslabones científicos para reconocer las arenas en la elaboración de moldes. Con el esfuerzo de un puñado de industriales e investigadores se organizaron la American Foundrymen's Association y el Instituto of British Foundrymen, que habilitaron, perfeccionando sus experiencias, las primeras pruebas standards para el estudio metódico de las arenas para moldes. Hasta hace muy pocos años no se habían hecho ensayos sistemáticos en serie, para determinar cuantitativamente las propiedades físicas de

las arenas. Se observaban algunas características prensando con la mano un puñado de arena. Así se calibraba, groseramente, su plasticidad, es decir, la forma que adquiere el material por la presión externa y su permanencia cuando ha cesado esa presión. También observaban a « ojo de buen cubero », el grado de humedad, la aspereza de las partículas, al desmenuzarlas entre las yemas de los dedos. Todo ello podría darles una idea muy pobre de la forma y trabazón de los granos. Pero fácil es imaginar el alcance que puede tener este ensayo tan superficial e incompleto, al desconocerse la superficie verdadera y los contornos de los granos, su distribución en el molde, su apelmazamiento, la composición mineralógica, la presencia de minerales fundentes, la cantidad de arcilla o de otro ligante presente, el grado de humedad, etc., etc., que deciden, en conjunto, la suerte de la pieza a fundirse. Y no hablamos de todas las cualidades. A veces no se le da toda la importancia a las sales solubles que contienen el material sedimentario, que modifican el pH del medio y que pueden provocar variaciones inesperadas en los moldes, cuyas causas son muchas veces difíciles de indagar o resultan desconocidas o insospechadas por el investigador.

De ahí surgió la necesidad de ir uniformando procedimientos para conocer la aplicación de las arenas para fundición. De ahí nacieron las primeras pruebas standards que permiten realizar estudios comparativos y mantener el control diario de sus ingredientes. No me detendré en la consideración de estas pruebas, sólo diré que, con la introducción de la máquina para moldear y los ensayos de tracción y compresión, análisis gravimétrico, cantidad de arcilla presente, etc., etc., entró por la senda del ordenamiento, el estudio de las arenas para fundición.

Pero he podido observar que, con respecto al estudio mineralógico de las arenas, es decir, sobre la determinación de las especies integrantes, no se ha dicho todo, con la importancia que merece este tópico, desde el momento que los minerales juegan el primer papel en la constitución del molde. H. Ries comprendió su valor y en uno de sus trabajos publicados en el Instituto of British Foundrymen of Glasgow, 1925, expresa, entre otras cosas, que en el estudio mineralógico de las arenas hay un interesante campo de estudios, del que puede obtenerse resultados prácticos. Implica considerable cuidado el trabajo petrográfico y agrega, que las arenas para los moldes están compuestas, probablemente, por los minerales de mayor

resistencia a los efectos destructivos del clima y la erosión. Entre todos, el cuarzo es el más común, pero algunos se refieren a la presencia de minerales de relativa baja resistencia como los feldespatos. Si ello es realidad, agrega, ellos juegan algún papel en la conducta de la arena para fundición, lo que debe ser considerado y puede afectar su valor comercial. Más adelante se refiere a la presencia de la mica, como mineral dañoso y a los carbonatos, como minerales indeseables. Termina diciendo que hay, entonces, en el estudio microscópico de las arenas, un interesante problema. Podría agregar al concepto de H. Ries, que ese interesante problema encuentra solución a través del microscopio, con la determinación mineralógica de los constituyentes de la arena.

Para conocer, desde el punto de vista mineralógico, el valor industrial de una arena para fundición, debemos tener en cuenta, ante todo, cuáles son las exigencias mínimas que requiere lo que he llamado el *Molde Eficiente*, para saber entonces qué especies pueden formar parte de ese material, en qué proporción y con qué características. Los procesos de fundición se desarrollan, en términos generales, a temperaturas que oscilan entre 1650-1580°C para el acero; de 1500 para el hierro y de 1300 para el bronce, temperaturas que se registran en la zona donde cae la colada, para descender inmediatamente, en contacto con el medio ambiente. Por eso el molde debe ser sumamente refractario, pues de lo contrario los minerales entrarían en fusión en contacto con el metal líquido, para combinarse con él. La arena para fundición debe poseer la plasticidad necesaria como para ser modelada y mantener la forma dada, la que no debe ser modificada por el peso y la temperatura del metal fundido hasta la terminación del proceso. Debe ser permeable en la proporción necesaria, para permitir el pasaje del vapor y de los gases, pues de lo contrario la pieza resultaría dañada.

¿Cuáles son los minerales o la combinación de minerales que reúnen esas exigencias? Los industriales recurren a un procedimiento muy expeditivo, pero no siempre el más eficiente, ni el más económico: mezclan una determinada proporción de cuarzo, que mantiene su poder refractario hasta una temperatura próxima a los 1650°C, con una cantidad reducida de arcilla, que le da cohesión y plasticidad y con algún corrector, obteniendo así el material para el molde de fundición. Pero esto no es suficiente, se requieren otros elementos que no deben descuidarse y cuyo olvido repercute desfavorablemen-

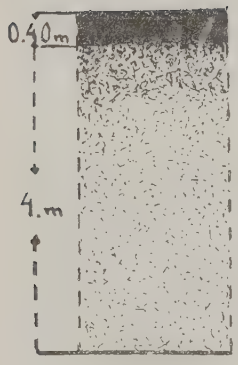
te en la elaboración del molde, ya que este preparado no siempre responde a las necesidades de la pieza a fundirse.

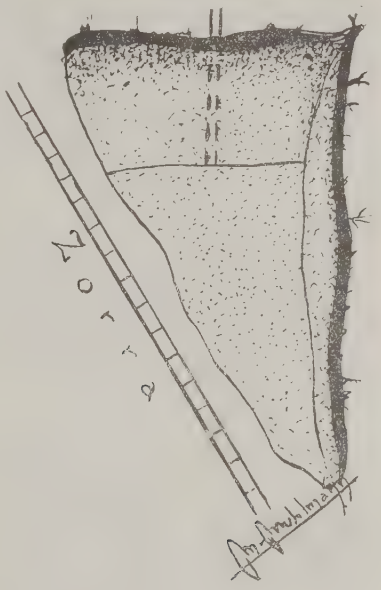
Es lógico que se recurra a este método cuando no existen arenas naturales que resulten eficaces. Sin embargo, muchas veces se apela a él, teniendo al alcance arenas de muy buenas cualidades, que resultan económicas, ignorándose sus propiedades por falta de un estudio científico-industrial o se las dejan de emplear, porque requieren un permanente control de sus características, lo que se obvia, en parte, con las mezclas artificiales.

En una arena para moldear se puede encontrar un gran número de minerales, pero muchos de ellos se hallan escasamente representados o no entran en juego al depositarse el metal líquido. Sin embargo, no es posible descuidarse, pues algunas partículas, al parecer insignificantes, en ciertas ocasiones suelen perjudicar la naturaleza del molde, sobre todo, si se trata de minerales fundentes que fácilmente entran en combinación con el metal líquido a determinadas temperaturas.

En una arena de este tipo, el microscopio de polarización nos revela la presencia de un mineral transparente o ligeramente turbio, difícil de encontrarse en su hábitus de origen: el cuarzo. Es éste el mineral más abundante de los detritos sedimentarios, que aumenta su número a medida que los fragmentos de la roca se desgastan, reduciéndose de tamaño. Esto es debido a que en la naturaleza es prácticamente inalterable desde el punto de vista químico. Es mal conductor del calor y por su elevado poder refractario y su marcada dureza, representa el mineral insustituíble para esta industria y únicamente reemplazado por otros del grupo del SiO_2. Pero también es común hallar el cuarzo lechoso, generalmente originado en granitos y pegmatitas, que puede ser reconocido a través de su observación al microscopio, además de otras características, por la presencia de innumerables inclusiones gaseosas o líquidas de anhidrido carbónico. Al elevarse la temperatura en los procesos de fundición, el cuarzo beta o cuarzo bajo, con punto de cristalización inferior a 573 grados, puede transformarse en cuarzo alfa o cuarto alto, estable a más de 573 grados. Si se extrae una muestra de arena del molde que ha sido sometido a temperaturas semejantes y se realiza un estudio a través de los rayos roentgenográficos, se sorprende el investigador, que al parecer no ha habido transformación alguna, pues el diagrama acu-

sa igual ordenamiento molecular en ambos casos. Sólo se pone de manifiesto esa modificación, cuando los minerales han sido llevados durante varias veces a temperaturas superiores a 573 grados centigrados.





Excavación efectuada en los terrenos de los talleres del Ferrocarril Nacional General San Martín, en las proximidades de la calle Primera Junta. Tiene la forma triangular, de unos 25 metros de cateto menor y 40 de cateto mayor, con una profundidad de 4 metros. Permitió revelar la presencia de una capa de arena muy fina-silt, de color castaño obscuro, de granos muy pequeños, adherentes, recubiertos de películas de limonita, con evidente predominio de cuarzo y vidrio riolítico. Sometidas las muestras a las investigaciones físico-químicas, demostraron ser igualmente aptas para el empleo en los moldes de fundición de piezas de bronce. (Del trabajo de beca presentado por el autor a la Comisión Nacional de Cultura, años 1946 y 1947, sobre el estudio geológico-mineralógico, granulométrico, químico e industrial, de las arenas de los médanos de la ciudad de Junín y alrededores).

Como en los moldes se trabaja a temperaturas que superan los 1000 grados, puede operarse otra mutación. A más de 870°., el cuarzo se transforma en tridimita, proceso que se opera únicamente en presencia de minerales catalizadores. Pero es necesario destacar,

que la tridimita es un mineral raro en las arenas, aunque suele encontrarse en el material proveniente de la destrucción de las traquitas y andesitas y en mucha menor proporción en las porfiritas. Ya a más de 1470 grados, temperatura superada en las coladas de hierro y acero, la tridimita puede transformarse en cristobalita. Al petrógrafo que trabaje en el laboratorio anexo a una fundición, no le resultará dificultoso diagnosticar, en su investigación al microscopio, cada uno de estos minerales. Además de las diferencias que existen en su birrefringencia, peso específico e índice de refracción, el cuarzo es uniáxico positivo, la tridimita es biáxica positiva con 2 V 40° y la cristobalita uniáxica negativa y algunas formas isótropas.

Entremezclados con los granos de cuarzo no es difícil encontrar, en muchas arenas, otros minerales del grupo del SiO_2. La calcedonia, de índice de refracción menor que el cuarzo, se presenta fibrosa o concrecional, con las variedades cuarzina, calcedonita y luteína, que se diagnostican, además de otras características, por el signo del alargamiento de las fibras.

Al identificar el grano de cuarzo, se impone la necesidad de estudiar su forma y tamaño, pues siendo el mineral predominante, es el que determinará la estructura del molde. La forma del grano incidirá en la fuerza que presentará el molde, en su porosidad y suavidad de su superficie. Por eso interesa conocer el origen de una arena, lo que se deduce, o se puede deducir, de la forma de los granos. Los que han sufrido la acción prolongada del viento son más bien redondos; los trabajados por el agua, subangulares y los producidos por la erosión glacial, angulares.

En los trabajos de moldeo es necesario saber escoger la arena con una forma de grano predominante, que en su conjunto resulte eficiente para esa tarea. Los granos redondeados tócanse en un mínimo número de puntos y por eso, los poros o espacios dejados son de diámetro máximo: como consecuencia se observa la mejor permeabilidad. Los granos angulares dan la más amplia superficie de contacto entre los granos vecinos y los espacios más pequeños y por lo tanto, la permeabilidad es inferior. Para obtener el máximo de fuerza los granos deberán ser angulosos y presentarse bien trabados. Por esta causa se mantendrán firmes ante el peso del metal líquido derramado. Pero trabados los granos, no se producirá el máximo de permeabilidad.

La práctica demuestra que, cuando el molde necesita, por la naturaleza y peso del material líquido, gran fuerza y resistencia, debe preferirse la arena de granos de forma angular. Donde ambas cualidades no son de gran importancia, pueden predominar los granos redondeados, aumentando por ese hecho, la porosidad y la permeabilidad. Pero también la porosidad y la permeabilidad dependen del grado de apisonamiento, pues tratándose de granos agudos, a un mayor apisonamiento, habrá mayor trabazón y menor porosidad. El trabajo cotidiano en la fundición, lo habilita poco a poco al técnico para que, con sus conocimientos de laboratorio, vaya seleccionando las arenas que resultan de mayor eficacia para determinada producción.

También se impone la necesidad de conocer el tamaño del grano, ya sea por medio gravimétrico o utilizando el microscopio. El tamaño uniforme asegura la máxima permeabilidad. Cuando se utilizan arenas con granos de distintos tamaños, los más pequeños obstruyen los intersticios dejados por los más grandes y reducen la porosidad. Cuando en los moldes el metal líquido desprende muchos gases, no es conveniente el empleo de arenas con granos muy finos o silt. Pero también el tamaño del grano influye en el poder refractario. Los granos más grandes presentan mayor resistencia a la temperatura, de ahí su empleo en las fundiciones de acero.

En las arenas para moldes de fundición suelen encontrarse fragmentos de vidrio volcánico. Su importancia es reducida cuando su presencia es escasa. Pero a veces se encuentran en abundancia, siendo común en las arenas que se hallan cerca de las zonas volcánicas. Pero no es raro individualizarlos aún en las regiones alejadas, como he podido observar en las arenas de los médanos y del subsuelo de la ciudad de Junín. Es el material magmático, que arrojado por la chimenea de los volcanes, se pulveriza en fragmentos y partículas de todo tamaño. Los granos más finos son llevados a distancias de miles de kilómetros. Muchos de ellos, en su « viaje eólico » pueden redondear sus contornos, pero al depositarse en una corriente fluvial, pueden, también, perder su primitiva forma, como ocurre con ese material arrastrado por el río Salado. Este vidrio, de naturaleza ácida, con índice de refracción de alrededor 1.500, entremezclado con el cuarzo, se encuentra en algunas arenas que resultan adecuadas para la fundición del bronce y del hierro, teniendo en cuenta el resultado de las investigaciones que he practicado en los talleres

del Ferrocarril Pacífico, actualmente Ferrocarril General San Martín, en Junín. La forma parcialmente angular, cuando no completamente irregular, de contornos y superficies astillados, contribuye a dar mayor trabazón al molde, lo que se acrecienta aún, por la presencia de la limonita, que actúa como un aglutinante de eficacia.

Pueden localizarse en las arenas para moldear los minerales del grupo de las micas. Si su presencia es reducida (menos del 0,5 por ciento) ellos no afectarán las características de solidez del molde. Tal es el caso de las arenas provenientes de Junín, Quilmes, Carabelas y San Nicolás; pero a medida que aumenta su cantidad se reduce el poder refractario del molde. Las micas son consideradas, por los metalúrgicos, como minerales indeseables, porque pueden originar la debilidad del molde. Se debe ello a su hábitus laminar o de clivaje correspondiente a 001, lo que provoca, si se halla en cantidad apreciable, la rotura del mismo. Además, las micas son elementos fundentes, que pueden entrar en combinación con el metal líquido, sobre todo aquellas que son de bajo punto de fusión (biotita).

En cuanto se refiere a la presencia de los feldespatos, su proporción no debe ser muy elevada. Ello se debe a que pueden obrar como fundentes. Sin embargo, es necesario reconocer, que en algunas arenas para fundición su presencia es bastante pronunciada, como en el caso de las arenas de algunos médanos y del subsuelo de Junín, donde el porcentaje término medio oscila entre el 10 y el 30 %. Su acción negativa no se observa cuando se trata de procesos que no requieren la más alta temperatura, como es el caso de la fundición del bronce y sobre todo no afectan cuando ellos se encuentran alejados de la zona donde es derramada la colada. Las experiencias por mí realizadas en los laboratorios del ex Ferrocarril Pacífico, ponen en evidencia, que para las piezas de poco peso, de bronce o aluminio, la arena de Junín, un poco mejorada, aun conteniendo feldespatos en el porcentaje indicado, da resultados que no admiten objeciones.

En toda buena arena de fundición no puede dejar de estar presente la arcilla, a no ser que ella se encuentre reemplazada por otros agentes ligantes. Su dosificación es de mucha importancia: una cantidad menor que la que requiere el molde, si no es corregida posteriormente, provoca su fácil destrucción por el peso de la colada; un exceso reduce la permeabilidad y puede originar piezas « picadas », porque los gases no han podido escapar fácil y rápidamente por

los pequeños orificios dejados por los granos entre sí, ahora en parte rellenados por la arcilla. Tan importante como su proporción, es la pureza de la arcilla, pues la presencia de algunos elementos como el calcio, magnesio, potasio y sodio reducen la resistencia del molde a la temperatura y pueden formar masas fundentes que rebajan la porosidad.

Del tratamiento de la arcilla del molde por la acción del calor depende la longevidad del material sedimentario. La acción rápida de la temperatura muy elevada, envejece muy pronto esa arena. Es que el poder ligante de la arcilla va decreciendo a medida que pierde las moléculas de agua de su composición, hasta llegar al límite 0, que es cuando ya no tiene aplicación como aglutinante. A temperaturas superiores a 500°, cuando el proceso se ha realizado bruscamente, la arcilla queda completamente inutilizada. La arcilla mantiene su actividad mientras sólo haya perdido, parcial o totalmente, el agua de humedad. En ese caso recupera su propiedad de aglutinante, agregándole cierta proporción de agua, que dependerá de la que se ha evaporado por la acción del calor. Sin embargo, se preguntará, cómo en los moldes que resisten temperaturas de unos 1600-1650 grados, la arcilla puede ser aun empleada con posterioridad en los mismos usos. Es que es necesario recordar, que esas temperaturas sólo se alcanzan y se mantienen, por muy escasos segundos, en la zona donde ha sido derramado el metal líquido. Pero en casi todo el resto del molde y especialmente en las partes alejadas del núcleo que recibió la colada, la arcilla no es afectada por la temperatura. Esta desciende hacia los bordes del molde y la arcilla no sufre alteración alguna, sirviendo sólo para su específico fin, que es dar trabazón a los granos de arena.

Es interesante observar la caída de la temperatura desde el momento en que el metal fundido del molde toca la masa que le da forma a la pieza. El autor realizó las experiencias con el material de Junín y de Carabelas, y si bien existen diferencias con respecto a su comportamiento, que dependen, además del tamaño del molde, del material de la pieza a fundirse, pudo observar, cómo el calor afectó intensamente el núcleo que dió alojamiento a la colada. De ahí surgieron los gases desprendidos por el bronce en contacto con la superficie del molde. La temperatura de 1230 grados que tenía el metal en el momento de ser arrojado, descendió bruscamente al posarse sobre la superficie húmeda de la arena. Tomada ésta no

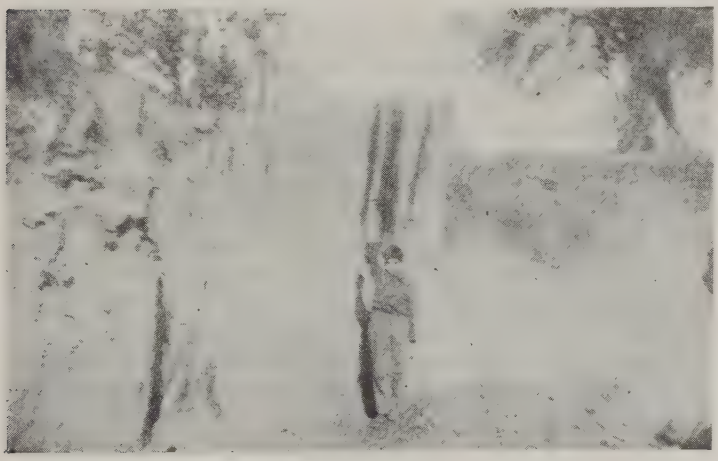
alcanzaba a 800 grados al término de 30 segundos. A partir de los 2 minutos se había reducido a casi menos de la mitad de la temperatura inicial, para descender ya lentamente.

De esta manera, la costra superficial del molde queda en parte afectada en lo que se relaciona con su reactivación para su uso posterior. El material fundido eran herrajes para los trenes. La arena inutilizada puede calcularse en un cinco por ciento y estaba compuesta por granos de sílice alterados, con una proporción muy exigua de arcilla, limonita y feldespatos. Más afectada quedó aún la parte profunda del molde donde se deslizó la colada. Cuando se utilizó bentonita para darle mayor cohesión, se hizo más ostensible la pérdida del agua, y la destrucción del material. Pero en ambos casos, todo el material que se hallaba fuera del radio de acción de la temperatura inferior a 400-600 grados, permaneció en condiciones de ser nuevamente utilizado, previa tamización o centrifugación.

En algunas arenas de Junín, la cohesión del molde es debida más a la irregularidad de los granos, al « silt » presente, a la humedad y a la limonita, que a la arcilla, cuya proporción es a veces, muy escasa. En este caso, como se verá más adelante, he recurrido a la acción de mejoradores que absorben fácilmente agua, rodeando a los granos y elevando su ligazón (empleo de la bentonita). Para los herrajes y piezas de poco peso el material sedimentario del subsuelo de Junín (zonas estudiadas), no necesita modificaciones en su trabazón, sólo depende de la elección del lugar de extracción. Se debe ello, a la presencia de la limonita que reemplaza con ventajas a la arcilla. Sus moléculas de agua mantienen las tenues películas que rodean a los granos y le dan una estructura firme al molde. La temperatura la deshidrata, pero con la misma facilidad es reactivada por el agua, adquiriendo de nuevo, su propiedad de ligante. La proporción de la limonita en las arenas de Junín es muy variable. El análisis químico reveló su presencia desde 0,7 a 4,5 por ciento. En todos esos casos, los granos de cuarzo y de vidrio volcánico, aparecen a través del microscopio de polarización, con un ligero tinte ladrillo, o suavemente rojo o amarillento castaño, debido a esas pátinas de limonita. También en el residuo, juntamente con el silt, aparece ésta en mayor proporción.

Se debe evitar en todo momento la presencia de los minerales llamados fundentes, que pueden entrar en combinación con la sílice

u otro constituyente de la arena y formar compuestos que se adhieran al metal sólido o combinarse con el metal líquido o correrse por los poros rellenándolos y obstruyendo la permeabilidad del molde.



Un corte del médano de la avenida Larrory, en las proximidades de la estación Junín. Después de la tierra húmica, aparece el material sedimentario apto para los moldes de fundición. Esta capa se extiende a varios metros de profundidad y se presenta de un color rojo-castaño o castaño obscuro.

En estos casos siempre hay que tener en cuenta la temperatura, pues, para que estos minerales lleguen a perjudicar el molde, la temperatura debe ser superior a su punto de fusión. Así se ha podido establecer que, para las piezas que necesitan una temperatura aproximada a los 1200°C, las arenas deben estar desprovistas de fundentes. En caso de que el análisis químico acuse su presencia en cantidades superiores al 2-3 por ciento de minerales de magnesio, potasio y sodio, es casi mejor evitar el uso de esa arena. Debido a que las piezas pesadas requieren temperaturas más elevadas en los procesos de fundición, se aconseja que la presencia de los óxidos fundentes se encuentre en mucho menor cantidad. También es necesario tener en cuenta, que el carbonato de calcio a partir de los 750°C entra en descomposición, desprendiendo anhidrido carbónico que forma burbujas y actuando el óxido de calcio como fundente. El resultado de todo esto es que la pieza presenta «pica-

duras », que si son solamente muy superficiales puede aun ser utilizada, rebajando algo su diámetro, si ello no reduce su rendimiento. Suele formarse, comúnmente, silicato de calcio en forma de corriente fluida, rellenando los intersticios del molde o formando escoria. Para reconocer los compuestos de calcio y diferenciarlos de los de magnesio, se impone la observación a través del microscopio de polarización y la reacción química.

Estas arenas deben estar exentas de sales solubles como el carbonato de sodio, que son fácilmente fundentes e higroscópicas, de tal manera que al verterse el metal líquido, pueden entrar en combinación. La pieza resulta soplada por el vapor de agua y la descomposición del carbonato de sodio.

El zircón es un mineral que se puede encontrar en las arenas para fundición. Ha sido localizado en el material extraído de San Nicolás, Junín, Carabelas y Quilmes y su presencia no constituye obstáculo para los procesos a altas temperaturas, por que su punto de fusión es muy elevado. A veces se lo suele encontrar en su habitus tetragonal bipiramidado, pero a menudo en fragmentos irregulares que traban bien en el conjunto.

Los anfíboles y los piroxenos, especialmente las hornblendas y el hipersteno y la enstatita, tan comunes en las arenas citadas, resultan inconvenientes cuando el material se utiliza a alta temperatura. Generalmente se solubilizan formando compuestos ferrosos que se combinan con la sílice o la arcilla. Se comprende que su acción es nula cuando no pasan del 0,1 a 0,5 por ciento o cuando su proporción es ligeramente mayor, pero ellos se hallan entremezclados con el cuarzo en zonas alejadas del núcleo donde se desliza la colada. También los minerales pesados suelen hallarse: la magnetita, de bajo punto de fusión para su empleo en la fundición; la pirita, que se puede descomponer formando anhidrido sulfuroso; las turmalinas, que se descomponen en silicatos. Menos comunes son la calcita y aragonita, que por la temperatura suelen dar anhidrido carbónico que se desprende en forma de burbujas, pudiendo « picar » las piezas, si no tiene salida.

En las arenas del río Paraná, que intervienen también en las mezclas para moldeos se suele encontrar la cianita. Estos granos muy característicos, presentan aun en su forma redondeada, las trazas del clivaje paralelas a 100, a 010 y a 001 y su ángulo de extinción de 30 grados. Tienen alto punto de fusión; por eso no

constituyen un obstáculo en los procesos a alta temperatura, aunque en las arenas del río Paraná su proporción es sumamente escasa.

Los distintos tipos de granates, no difíciles de individualizar en el material sedimentario de Junín, Quilmes y Carabelas, no afectan la constitución del molde, lo mismo que la andalusita.

Varios otros minerales pueden ser citados y que entran en la composición de las arenas para moldear, pero que no juegan papel alguno, ya sea por su escasez, por su elevado punto de fusión o porque se hallan tan esparcidos y bloqueados en la masa, que no acusan presencia al llegar la colada a temperaturas tan elevadas.

Lo importante es establecer las proporciones exactas de los elementos que integran los moldes para cada uso. Es lo que he denominado con el nombre de *Equilibrio Porcentual Balanceado,* es decir, la dosificación de los integrantes minerales que requiere cada molde, de acuerdo con la calidad, forma y peso del material que formará la pieza fundida. Una vez establecido el valor porcentual, se requiere un permanente control del material cada vez que llega a la fundición. Pues lo común es que esos porcentajes fluctúen. Su empleo es inmediato si esas variaciones se hallan encuadradas dentro de los límites establecidos previamente como eficientes en la preparación de las piezas. De lo contrario habrá que corregir la composición de la arena. A ello se debe muchas veces, que los industriales se decidan por la preparación de un material artificial, porque el control requiere una serie de procesos, que debe repetirse con cada nuevo envío de arena.

Algunas arenas no necesitan ser modificadas en su constitución para determinados empleos. Es el caso, por ejemplo, del material sedimentario que se extrae del subsuelo de la ciudad de Junín, donde se hallan los galpones del ex Ferrocarril Pacífico, que se puede utilizar directamente en la fundición del bronce. Todo depende de la profundidad de extracción. Aquí tenemos una arena con el perfecto *Equilibrio Porcentual Balanceado Natural,* pero que en cambio debe ser modificado para otros usos u otras piezas. La extraída del médano de la avenida Larrory tiene buena permeabilidad, pero escasa resistencia a la compresión. Esta es aumentada con el agregado de un ligante. He empleado la bentonita hasta un cuatro por ciento. De esta manera tenemos el *Equilibrio Porcentual Balanceado.* Mejorado y finalmente se pueden mezclar varias arenas con otros ingredientes para lograr el *Equilibrio Porcentual Balanceado*

Artificial, a fin de obtener un buen rendimiento. He logrado, con buenos resultados, el *Equilibrio Porcentual Balanceado Artificial* para bronce e hierro, con un material integrado por 70 por ciento de arena mediana-fina de San Nicolás, 20 por ciento de arena de Junín, con una proporción variable de aserrín, harina y aceite de linaza, para hacerlo flojo a la vez que consistente.

Todo ello tiende a un fin: alcanzar a lo que he llamado el *Molde Eficiente.* Es decir, establecer el *Equilibrio Porcentual Balanceado* ya sea *Natural, Mejorado* o *Artificial* para cada tipo de pieza y cada metal en su respectiva fundición. Se comprende que se tolera cierto límite de variaciones en la constitución de la arena. Moldenke ha realizado algunos estudios en ese sentido.

Pero ya hemos dicho en un principio, que la arena tiene una composición variable, de tal manera que habrá que someterla a un continuo control de laboratorio para conocer sus características mineralógicas, químicas y físico-mecánicas. Este nos permitirá ajustar su composición para llegar al *Molde Eficiente,* agregándole, cuando sea necesario, los mejoradores de acuerdo con el déficit que acuse. Sin entrar en amplios detalles sobre sus propiedades, la bentonita resulta ser uno de los mejoradores usados como ligante de óptimas cualidades. Los ensayos que he realizado con el material de Junín, acusaron los siguientes resultados:

ARENA DE JUNÍN

Muestra médano avenida Larrory

Desde un metro sobre el nivel de la superficie a un metro de profundidad.

Estado natural:

Humedad		7 %
Permeabilidad		20, 21
Resistencia a la compresión	250 grs	× cm²
» » »	230 »	× »
» » »	265 »	× »
» » »	230 »	× »
» » »	200 »	× »

Con 2 % de bentonita:

Humedad		7 %
Permeabilidad		19, 20
Resistencia a la compresión	280 grs	× cm²
» » »	260 »	× »
» » »	220 »	× »
» » »	290 »	× »
» » »	275 »	× »

Con 4 % de bentonita:

Humedad					7 %	
Permeabilidad					15, 16	
Resistencia	a	la	compresión	.....	280 grs	× cm²
»	»	»		.....	290 »	× »
»	»	»		.....	290 »	× »
»	»	»		.....	325 »	× »
»	»	»		.....	370 »	× »

Los ensayos realizados en el establecimiento Santini Hnos. revelaron como se mejoró la ligazón del molde con el agregado de la bentonita, reduciéndose proporcionalmente la permeabilidad del material, pero sin afectar demasiado su porosidad.

En otros casos los mejoradores son de tipo orgánico. La harina de trigo mezclada con la arena de San Nicolás y aserrín ha dado resultado para elaboración de noyos. A veces se le añade otro ligante más: el aceite de linaza que aumenta más la trabazón. La harina en contacto con el agua caliente produce una mezcla de buena adhesividad, pero si no se trabaja bien acarrea algunos inconvenientes, sobre todo si los moldes son dejados en lugares húmedos, por que pueden absorber agua y a veces el almidón puede entrar en descomposición. El gluten solo, da también buenos resultados, pero se hace imprescindible efectuar ensayos previos para lograr mayor eficacia.

Los moldes elaborados con la intervención de la melaza, adquieren también solidez. Bien preparada cubre a los granos a manera de una película de gran adhesión. La melaza en los moldes es usada con frecuencia en nuestro país y el año pasado el gobierno adoptó como medida de previsión, las reservas necesarias para ese empleo. También los aceites, especialmente el de linaza y raramente el de ballena, son utilizados para incrementar la fuerza de cohesión de las arenas en los moldes.

Todo ello viene a demostrar, que para lograr el *Molde Eficiente* es necesario un permanente control de la arena y materiales anexos que llegan a la fundición. El rendimiento económico será cada vez mayor, a medida que los industriales se compenetren del valor que tiene en la práctica, el conocimiento científico de las arenas argentinas.

No es posible descuidar la investigación petrográfica. Los resultados de los ensayos físico-químicos tienen importancia, cuando van

acompañados de la determinación de los minerales, pues de la composición, de la forma y tamaño de los granos, dependerá, especialmente, la conducta del molde en sus tres aspectos básicos: poder refractario, plasticidad y porosidad-permeabilidad. Por eso se impone el estudio de los minerales livianos y pesados y dentro de ambos, la determinación de aquellos que, por su naturaleza, puedan formar masas fundentes o desprender gases que afectan a la colada. Unicamente se deben recurrir a las mezclas artificiales, cuando no se posea una arena de buena calidad, cuando ésta no pueda ser mejorada o cuando el costo resulte demasiado elevado para la industria. Pero es necesario destacar, que nuestro país posee buen material para este uso. Los estudios que he efectuado acerca de las arenas de Junín, Carabelas, Quilmes y San Nicolás (otras se hallan aun en investigación), ponen en evidencia, que tenemos a nuestro alcance, la materia esencial para la elaboración de moldes para la fundición de hierro, bronce y aluminio y para la preparación de noyos.

Buenos Aires, 1º de Setiembre de 1950
Año del Libertador General San Martín.

HOMENAJE A LA MEMORIA DEL EXTINTO PALEONTOLOGO LUCAS KRAGLIEVICH

Con motivo del traslado de los restos del extinto consocio, el paleontólogo Lucas Kraglievich, al Panteón Social, tuvo lugar un acto en el cementerio de la Recoleta, el día 13 de diciembre de 1949, el cual contó con la adhesión del Museo Argentino de Ciencias Naturales, que se hizo representar por una delegación y designó orador al Jefe de la Sección Ornitología, Don Andrés Gaspar Giai.

El acto celebróse con la presencia de socios de la Sociedad, familiares y amigos del extinto.

PALABRAS DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA, Ing. Dr. EDUARDO M. HUERGO

Señoras, señores:

Un gesto altruista y generoso que, ya que las circunstancias lo quieren, no puedo a menos que destacar, ha significado para la Sociedad Científica Argentina, entrar en posesión de este sepulcro, destinado a guardar los restos de aquellos hombres que se hubieran distinguido en vida, en el campo de las ciencias o de la enseñanza.

Cuenta, en efecto, nuestra Sociedad con este sepulcro, merced a la donación que del mismo hicieran el señor Jaime Levy Nicolas y su señora esposa doña Rosa Máxima Iturralde.

Y si esa generosidad mueve de por sí al más sincero reconocimiento, éste ha de ser tanto mayor ante las palabras expresivas que rezan en la escritura de donación y que deseo repetir.

Se da fe en esa escritura que el señor Jaime Levy Nicolas dijo: « Que el mundo pasa en estos instantes por una corriente de materialismo y violencia que todo lo avasalla. La Sociedad Científica Argentina, participa de las inquietudes culturales necesarias en la organización moral y espiritual del Estado. Por ello, gravitando sobre su voluntad no solamente el peso de principios morales, sino

también la necesidad de testimoniar su agradecimiento a este país, que le brindara bienestar y prosperidad y coadyuvando a la inmensa obra científica y por tanto espiritual de la Sociedad donataria, con la honda dulzura de hacer el bien por el bien mismo, sin ostentación, y en el silencio de su propia conciencia, ha resuelto hacer donación gratuita e irrevocable del sepulcro que más adelante se describirá ».

La señora Iturralde de Nicolas agregó: « Que participando en los mismos principios y propósitos sucintamente expuestos por su esposo, los ratifica en todas sus partes y agrega que, como mujer, tiene arraigado en su espíritu, el convencimiento de que las fuerzas morales y la delicadeza espiritual, son necesarias en estos momentos de confusión y destrucción ».

Quiere, ahora, el Destino, que este sepulcro acoja en su paz y en su silencio, a los restos mortales de uno de esos hombres, Lucas Kraglievich, que todo lo diera en aras de la ciencia y cuyo recuerdo, el tiempo pasado no ha hecho más que acrecentar.

Había nacido el Dr. Kraglievich el 3 de agosto de 1886, en la ciudad bonaerense de Balcarce. Sus primeros años transcurrieron en medio de nuestra Pampa, a la que amó en su vida y en su trabajo. Ahí fué que se despertó su sano nacionalismo, trasuntado en un acendrado cariño y profunda compenetración por todas las cosas nuestras, por lo auténtico argentino.

Por imperativo familiar se trasladó, ya adolescente, a esta Capital, donde cursó la enseñanza secundaria, ingresando luego a la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. Su paso por la vieja casa de la calle Perú quedó bien señalado, como lo atestiguan las altas clasificaciones que mereciera.

Se encontraba ya cursando su último año de los estudios de Ingeniería Mecánica cuando tuvo lugar un hecho que había de cambiar fundamentalmente el destino de Kraglievich. Fué su primer contacto con la obra del insigne Ameghino, cuyos escritos despertaron su pasión por las Ciencias Naturales, en especial por la Paleontología, la que lo llevó a organizar en compañía de su condiscípulo Juan C. de Ortuzar, un largo viaje por la Patagonia, volviendo del lejano desierto austral lleno de experiencia y de conocimientos que a la par de dar temple a su personalidad definieron la senda que habría de seguir en el futuro.

Fué así, que deseoso de ingresar en el Museo Nacional de Historia Natural, se entrevistó con el gran naturalista Eduardo Holmberg, quien reconociendo en él la más pura pasión vocacional, lo puso en contacto con Don Carlos Ameghino —hermano del sabio Florentino— quien, se convirtió desde entonces, en su venerado maestro.

Los cuatro primeros años, hasta 1918, estudió en el Museo al que concurría en forma absolutamente honoraria, conforme a su idiosincracia altruista, debiendo desempeñarse en cargos docentes para subvenir sus necesidades.

En el año 1917 publicó su primer trabajo científico, tocándole defender en una recordada polémica, los puntos de vista de Florentino Ameghino acerca de la evolución orgánica y el origen de la humanidad.

En el año 1918 fué designado Ayudante técnico de la sección Paleontológica del Museo, en el que años después, se desempeñó como Encargado de esa Sección y como Director Interino.

La labor de Kraglievich a partir de 1918, se desarrolló de una manera continua; abarcó casi todo cuanto se refiere a los grupos de mamíferos fósiles argentinos, demostrando no sólo su gran capacidad analítica en lo descriptivo, sino también su notable visión sintética, puesta de manifiesto, especialmente, en sus estudios filogenéticos sobre los desdentados, roedores y carnívoros.

Describió y dió a conocer varios centenares de géneros y especies de vertebrados fósiles, argentinos en su mayor parte y casi todos ignorados hasta entonces, fundando también nuevas familias y entidades sistemáticas aun mayores en jerarquía.

Toda su obra quedó condensada en más de un centenar de monografías publicadas en revistas especializadas de nuestro país y del extranjero, particularmente en los Anales del Museo de Buenos Aires y en los de la Sociedad Científica Argentina, de la cual fué un entusiasta colaborador.

La Provincia de Buenos Aires, como justo homenaje a la memoria de su hijo, publicó como en el caso de Florentino Ameghino, sus obras completas en tres voluminosos tomos aparecidos en el año 1940.

Lucas Kraglievich desempeñó, además, otros cargos en nuestro ambiente científico, habiendo sido presidente de la Sociedad « Physis » durante dos períodos consecutivos. En el año 1928 recibió el pre-

mio municipal Eduardo Holmberg para Ciencias Naturales, en oportunidad de otorgarse por primera vez. En 1930 se ausentó al Uruguay donde desarrolló una amplia labor de « pionner », en cuanto al establecimiento de las bases de la geología y paleontología del Terciario y Cuartario uruguayos, estudios que, en especial, antes no habían sido realizados.

Al ser minada su salud por un grave mal, se trasladó a esta tierra, donde falleció una semana después, el 13 de marzo de 1932.

Este es, señoras y señores, un pálido reflejo de la vida y de la obra de Lucas Kraglievich; pienso, sin embargo, que no es menester que abunde en más palabras, para poner de relieve su extraordinaria personalidad.

Que en esta tumba, que también lo habrá de ser en el futuro, de hombres de ciencia, halle andando el tiempo y ya que así lo quiere la ley inexorable de la vida, la compañía de otros espíritus tan selectos como fuera el suyo.

Que encuentre en ella, la paz del descanso eterno.

La Sociedad Científica Argentina guardará su recuerdo, para siempre.

PALABRAS DEL REPRESENTANTE DEL MUSEO ARGENTINO DE CIENCIAS NATURALES, DON ANDRÉS GASPAR GIAI

Señoras y señores:

El ilustre paleontólogo argentino, don Lucas Kraglievich, fallecido hace diecisiete años, tiene por fin ahora lugar digno para reposar en su sueño eterno, gracias a la justa disposición de la benemérita Sociedad Científica Argentina. Hablo en nombre del Museo Argentino de Ciencias Naturales, cuyo Director General, el doctor Agustín E. Riggi, que me ha honrado con su representación, dice: « A Kraglievich hay que juzgarlo con múltiples valoraciones: como amigo, como naturalista y especialmente como ejemplo para los que se dedican a las disciplinas científicas. Sus magníficas condiciones morales lo elevaron por sobre todas las vicisitudes amargas que la vida depara en sus horas cortas; una pasión desbordante le animaba en sus actividades científicas, y el deseo de superación, connatural de su envidiable mentalidad, pasaba, por simple emulación o por la maestría de su espíritu, hacia quienes le conocían y rodeaban. Su optimismo esencialmente dinámico pudo permitirle vivir

tantos años dedicado en absoluto a las disciplinas de su predilección; todo fué para él intrascendente y perecedero, menos el placer anímico que depara la labor paciente y creadora en la investigación científica. Los términos medios no existieron para Kraglievich; o se era el cumplidor fiel y capaz de un imperativo vocacional o no se podía ni debía intervenir en los complicados problemas que la ciencia trata de dilucidar con esfuerzo tenaz y continuado.

« Resulta redundancia decir de él que cumplió crecidamente con su vocación, con la ciencia y con su patria, a la que amaba con ese cariño que aprendió a sentir allá en su juventud, cuando en los campos de Balcarce se identificaba con las costumbres e idiosincracia del paisano.

« La labor científica de Kraglievich lo presenta, en primer lugar, como investigador altamente productivo. Más de cien publicaciones, muchas de ellas monográficas y no siempre tan extensas como hubiera deseado, porque en la época las revistas especializadas no podían admitirlas, y durante un lapso de catorce años, dicen elocuentemente de una actividad verdadera y sin desmayo, que fué también la que terminó por perjudicar su salud y quebrantar su resistencia; porque para Kraglievich no existían los horarios rutinarios; se le encontró muchas veces en horas de la madrugada, inclinado sobre su escritorio del viejo y *monacal* Museo de la calle Perú, rodeado de los milenarios huesos a los que extraía la fantástica historia de la vida en remotas edades.

« Puede decirse que Kraglievich se ocupó en sus estudios de casi todos los grupos de mamíferos fósiles sudamericanos, habiendo aportado también datos interesantes sobre aquellas gigantescas aves carnívora llamadas *fororracos* y *brontornitos*. En realidad, las investigaciones de nuestro paleontólogo se concentraron sobre la fauna de mamíferos del terciario, neógeno y pleistoceno, tanto desde el punto de vista sistemático como desde el estratigráfico.

« Su temprana desaparición, designio que mucho debemos lamentar, impidió que comenzara a extender sus investigaciones sobre aquellas viejas faunas del terciario, tan bien representadas en la magnífica colección de Ameghino, la que poco antes de retirarse Kraglivich fuera incorporada a las colecciones del Museo.

« La obra del naturalista que hoy recordamos, prosiguió a partir de 1930 y por espacio de más de un año, en la República del Uruguay, donde fué el verdadero « pionner » de los estudios sobre la

paleontología y la geología del terciario y del cuartario. En tan breve tiempo, logró demostrar la existencia, en aquel país, de los sedimentos de edad cretácea, hasta entonces desconocidos; también describió numerosos géneros y especies nuevas para el Uruguay, muchos de ellos relacionados con las faunas fósiles de la Argentina.

« Resumiendo, la obra científica de Kraglievich abarcó no sólo los estudios de paleontología sistemática, como sus monografías sobre desdentados, carnívoros y roedores, y los de paleontología estratigráfica, entre los que merecen citarse sus investigaciones sobre las faunas miocenas de Río Frías, Collón-curá, y las del plioceno de Monte Hermoso, Chapadmalal, Entre Ríos y Uquía, sino que también hizo valiosos aportes a la geología pura y descolló con sus notables contribuciones a la filogenia de los mamíferos.

« Su nombre es citado hoy con respeto por los especialistas de Estados Unidos y Europa, que reconocen con justicia los méritos y la autoridad de nuestro ilustre paleontólogo.

« La edición de sus obras completas, magnífico homenaje de su provincia natal, que, entre los naturalistas argentinos solamente Ameghino y él han merecido, figura en lugar de honor en las bibliotecas de los más importantes museos del mundo.

« Un aspecto de la obra de Kraglievich interesa directamente al Museo Argentino de Ciencias Naturales: su labor en la institución durante el lapso 1914-1930. Se vinculó al entonces Museo Nacional de Historia Natural en 1914, cuando el recordado y querido maestro don Eduardo L. Holmberg, impresionado por sus condiciones y la fuerza de su vocación, lo acercó a don Carlos Ameghino, con quien comenzó de esta manera a trabajar en función de discípulo. Hasta 1918 concurrió al Museo honorariamente, subviniendo sus necesidades con cátedras de enseñanza secundaria. Este año se le nombró ayudante técnico de la Sección paleontología, de la que después fué encargado cuando don Carlos Ameghino enfermó ya definitivamente. Es paradójico que Lucas Kraglievich nunca llegó a ser, en forma oficial, jefe de esa Sección a la que había consagrado toda su actividad, porque su altruismo y su hombría de bien lo llevaron a ceder ese puesto, que a él le correspondía, en favor de persona no especializada en los vertebrados fósiles.

« Durante 1921, se desempeñó como Director interino del Museo, en reemplazo de Carlos Ameghino, pero tuvo que alejarse de la Dirección, por circunstancias especialísimas de amargo recuerdo.

« Kraglievich llevó a la Sección de Paleontología su preparación universitaria y un método que antes, por causas diversas, nunca había podido imponerse. Organizó las colecciones, dándoles su numeración y documentación adecuada. Impuso los libros de inventario con todos los datos y preparó los ficheros, dejando comenzados los de carácter sistemático y bibliográfico. Catalogó 11.000 números, correspondientes a otros tantos individuos fósiles, sin contar con los que ordenó en el Museo de La Plata en 1925, después del fallecimiento del doctor Roth. A pesar de todo esto, que por cierto no le restó tiempo a sus investigaciones, todavía hemos tenido que lamentar oir críticas no muy felices a la labor de tan ilustre señor.

« La estela luminosa que Lucas Kraglievich, como otros grandes sabios argentinos, trazara durante su fugaz permanencia en este mundo, es guía sin peligro de extravío para todos los que quieren a su patria, sirviéndola en la sacrificada tarea de la investigación científica. Así lo reconoce y lo recomienda la Dirección General del Museo Argentino de Ciencias Naturales y le rinde el homenaje de su pasado, su presente y su porvenir. Duerme en paz sabio ilustre, con tus glorias imperecederas ».

SECCIÓN CONFERENCIAS

APLICACIONES Y PROBLEMAS ACTUALES DE ALGUNAS TEORIAS MATEMATICAS

POR

LUIS A. SANTALÓ

Conferencia pronunciada en la Sociedad Científica Argentina el día 5 de julio de 1950. (Año del Libertador General San Martín).

Cuando se habla de las aplicaciones de la matemática se entienden en general dos tipos de ellas: *a*) aplicaciones dentro del campo de la matemática misma, o sea, aplicaciones de una teoría matemática a otra; *b*) aplicaciones directas a problemas o cuestiones de la técnica o a otras teorías no matemáticas. Pero hay también, siempre más difíciles pero de mayor importancia, un tercer tipo de aplicaciones que se podrían llamar más propiamente aplicaciones del pensar matemático y que consisten, *c*) en plantear en términos matemáticos los problemas de una teoría hasta entonces no matemática.

Las aplicaciones del tipo *a*) más que aplicaciones son la matemática misma. Se ha dicho que los matemáticos son ornamentistas en deducciones lógicas. Sobre un número muy reducido de premisas fundamentales, y siguiendo las reglas estrictas de la lógica, los matemáticos han ido edificando desde el tiempo de las babilonios hasta nuestros días las diversas teorías que componen la inmensa obra de arte que es hoy la matemática. Monumento artístico en que cada matemático ha dejado impreso su estilo particular, pero sin que esta variedad de estilos influya sobre la armonía del conjunto. Si en alguna parte de esta obra monumental se encuentran ramificaciones que llegan hasta otra sección de la misma, para apoyarla o adornarla, ellas, más que aplicaciones o apéndices de la matemática son nervios de un mismo edificio, forman un todo común con el resto de las matemáticas.

Las del tipo *b*) son las más comúnmente entendidas bajo el nombre de aplicaciones de la matemática. Pertenecen a él todas las aplicaciones a la técnica, cuya existencia e importancia es ya un hecho de dominio común: basta hojear cualquier libro técnico de ingeniería para darse cuenta de hasta qué punto el cálculo matemático se ha introducido y ha llegado a ser imprescindible en el tratamiento de los problemas de la técnica.

Aunque, como tuvimos oportunidad de analizar en otro lugar (1), las teorías matemáticas, por lo menos en su gran mayoría, no tienen su origen en la necesidad de resolver problemas prácticos, sino que han nacido por el simple placer o satisfacción del matemático que las creó, no hay duda que las aplicaciones aparecidas más tarde por afortunada coincidencia, han influido sobre el desarrollo posterior de la teoría. Las aplicaciones sirven tanto para poner a prueba los recursos de una teoría, manteniéndola ágil y viva, como para indicar las direcciones en que la misma puede y debe evolucionar. Y en esta evolución, dirigida por las necesidades prácticas, muchas veces han aparecido resultados de gran valor para la misma matemática pura.

Tomemos, por ejemplo, la teoría de las ecuaciones diferenciales. La mayoría de los tipos particulares de ecuaciones se han empezado a estudiar al aparecer en problemas de la técnica o de la física y, sin embargo, de su estudio han nacido muchas veces funciones especiales (como las funciones de Bessel) que luego han resultado de gran valor para otras teorías puramente matemáticas (como la teoría de números). Cuando la física clásica necesitaba resolver problemas de la teoría del potencial, se desarrolló intensamente la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden de tipo elíptico y de ello se derivaron fructíferas consecuencias para la teoría de funciones de variable compleja. Recientemente, para el estudio de la aerodinámica a velocidades superiores a la del sonido (vuelo supersónico) resultan de interés las ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden de tipo hiperbólico, antes mantenidas en segundo plano, y ha sido necesario emprender el estudio de las mismas, dirección en la que están apareciendo resultados de interés tanto para otros capítulos de la matemática aplicada, como para la misma matemática pura.

(1) *Revista de Ingeniería* de la Asociación de Ingenieros del Uruguay, año XXXIX, octubre 1945.

Sin embargo, la influencia de las aplicaciones sobre el desarrollo de las teorías matemáticas no es tan grande como pudiera parecer. La historia demuestra que los matemáticos se sienten más atraídos por la belleza de un problema que por su posible utilidad práctica. En este sentido es instructivo y puede servir como modelo de un hecho casi general el origen del Cálculo de Variaciones.

El Cálculo de Variaciones hace su aparición en la historia de la Matemática con dos problemas: el de la superficie de revolución de mínima resistencia de Newton (1686) y el de la braquistocrona de Juan Bernoulli (1696). El primero consiste en lo siguiente (2): « *Determinar la curva plana que une dos puntos A y B y que al girar alrededor de un eje de su plano que no la corte engendre la superficie de revolución que al moverse según la dirección del eje encuentre mínima resistencia* ». Newton supone que la resistencia para cada elemento de superficie es proporcional al cuadrado de la proyección de la velocidad sobre la normal al mismo (3). No hay duda de que este problema tiene un origen eminentemente práctico y debía ser considerado de gran utilidad tanto en balística como en la construcción de buques. Parece, por tanto, que el Cálculo de Variaciones nace de un problema práctico.

Sin embargo se da el caso notable de que el verdadero problema que más ha influido en el desarrolo del Cálculo de Variaciones y que constituye su verdadero origen, puesto que para él se idearon los métodos característicos de dicho cálculo, no es el anterior, sino otro mucho más alejado de cualquier posible aplicación práctica, pero de enunciado y resultado mucho más atrayente y curioso. Es el problema de la braquistocrona de J. Bernoulli, el cual lo propuso por primera vez en el *Acta Eruditorum* de Leipzig en junio de 1696. El problema dice: « *Dados dos puntos A y B en un mismo plano vertical, determinar la trayectoria AMB descrita por un punto M que partiendo de A y bajo la acción de su propio peso, llega a B en un tiempo mínimo* ».

J. Bernoulli propone el problema a los matemáticos de su tiempo,

(2) I. NEWTON, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London 1686, libro II, sección VII, proposición 34, escolio.

(3) Esta es la famosa « ley del seno cuadrado » que no es cierta y que por haber creído demasiado en ella los teóricos del siglo pasado consideraban la aviación como imposible. Esta circunstancia no importa para las consideraciones del texto.

añadiendo que dará la solución del mismo al terminar el año en curso si nadie lo hace antes. No obstante en enero de 1697, vuelve a publicar en Gröningen un «Aviso» dirigido a «todos los matemáticos del mundo» en el cual expone que ante el ruego de Leibniz y para dar tiempo a que el problema pueda ser conocido en Francia e Italia y nadie pueda quejarse de lo perentorio del plazo, extiende el mismo hasta las fiestas de Pascua. En este «Aviso» repite J. Bernoulli el enunciado del problema y añade estos interesantes párrafos: «Quien logre resolverlo ganará el premio que hemos establecido para el solucionista. Naturalmente éste no consiste en oro ni plata, pues esto atrae únicamente a las almas pequeñas y venales de las cuales no esperamos nada loable ni útil para la ciencia. Por el contrario, puesto que la Virtud es por sí misma la más hermosa recompensa y la Fama un poderoso aguijón, ofrecemos como premio, como corresponde a los hombres nobles, honor, alabanza y aplauso, para lo cual la sagacidad de este gran Apolo, nosotros, públicamente y en privado, por escrito y de palabra, elogiaremos, ensalzaremos y festejaremos».

Es evidente que de un problema planteado en tales términos no era de esperar provecho utilitario alguno. La Fama, que Bernoulli prometía a los demás, era el único fin que lo había movido a él a plantearse y resolver el problema. Incluso el estilo nos recuerda el de los libros de caballería. Tal vez los matemáticos no hayan sido nunca otra cosa que esto: caballeros andantes en reinos ideales, ávidos de aventuras que les dieran «renombre y fama», «desfacedores de entuertos» cometidos contra la lógica, creadores de un mundo orgullo del espíritu humano.

Puesta la piedra fundamental, el Cálculo de Variaciones evoluciona gracias al aporte de los más grandes matemáticos de las generaciones sucesivas: Euler, Lagrange, Legendre, Jacobi, Weierstrass. Al extender su campo de acción fueron apareciendo las aplicaciones, principalmente a la mecánica y a la física (principios de mínima acción) pero también a otras ramas aparentemente más apartadas. La Navegación Aérea, por ejemplo, planteó un problema que luego resultó de gran importancia desde el punto de vista teórico, ocupándose del mismo matemáticos contemporáneos tan eminentes como Zermelo, von Mises y Caratheodory (4). Es el llamado «problema

(4) Ver por ejemplo C. CARATHEODORY, *Variationsrechnung*, Berlín, 1935, págs. 234 y 378.

de la navegación » de Zermelo, que fué quien primero se ocupó del mismo, y se anuncia de la manera siguiente: « *Dada una distribución conocida de los vientos sobre una región, variables con el lugar y el tiempo, hallar la ruta de mínimo tiempo para un avión de velocidad propia constante que tiene que ir de un punto a otro* ». Problema curioso, de solución no simple, que guarda grandes analogías con el problema de Fermat de la trayectoria de un rayo luminoso a través de un medio de índice de refracción variable.

o o o

Pasemos ahora a las aplicaciones del tipo *c*), es decir, a las que consisten en dar estructura matemática a una teoría o a un grupo de problemas hasta entonces ajenos a la matemática. Estas aplicaciones son las más difíciles, puesto que obligan muchas veces a crear nuevas ramas de la matemática, o a dar nuevas formas a las ya existentes, para adaptarlas a la nueva disciplina que se quiere tratar matemáticamente.

La dificultad en « matematizar » una teoría consiste fundamentalmente en simplificarla, saber prescindir de los detalles, de las hojas y ramas que ocultan el verdadero tronco, para poder esquematizarla en un reducido número de símbolos matemáticos, ligados entre sí por ciertas relaciones (axiomas) o reglas operatorias (álgebras).

La construcción de este esquema central, la elección de sus axiomas y reglas operatorias de manera que la teoría matemática resultante sea una fiel representación de la teoría primitiva es la parte más difícil y la que necesita de la inspiración y visión superior del genio o inteligencia privilegiada. Los desarrollos posteriores, simples consecuencias lógicas de las premisas elegidas, son ya cuestiones de pura calculatoria.

Muchas veces se ha intentado matematizar teorías sin obtener mayor éxito. Ello es debido a que son teorías demasiado complejas, con excesivo número de factores imponderables para poder encuadrarlas dentro de las normas demasiado rígidas del pensar matemático. Claro que cuando ello resulta posible se nota inmediatamente un brusco florecimiento de la teoría, pues todo el instrumento matemático puesto a su servicio, además de darle elegancia y seguridad lógica, le ayuda a profundizar hasta regiones de otro modo inasequibles. De aquí que muchos de los grandes filósofos hayan pretendido edificar sus teorías en modelo matemático. Así

Descartes, para el cual «todo se volvía matemática» y Leibniz, según el cual «mi metafísica es todo matemática».

Se ha intentado, por ejemplo, matematizar la ética. Tal vez el último ensayo proceda del gran matemático norteamericano George D. Birkhoff, en varias conferencias dictadas en 1939-1940 (5).

Birkhoff define la *medida ética M* de una determinada acción como suma algebraica de ciertos factores positivos (bienes materiales, felicidad, satisfacción espiritual o intelectual que la acción pueda producir) y otros negativos (males materiales, penas, turbaciones espirituales o intelectuales). Si se pudiese calcular esta medida ética para cada acción tendríamos una manera de comparar acciones diversas, operar con ellas y poder decir, por ejemplo, que dos acciones, sumadas, equivalen éticamente a una tercera, o que dos acciones de signos opuestos se compensan exactamente, etcétera. Birkhoff menciona varios problemas concretos en que su medida puede calcularse, pero en todos ellos (excepto en algunos en que intervienen ciertas nociones del cálculo de probabilidades) los pesos atribuídos a cada factor de los que componen M son tan subjetivos, que las fórmulas obtenidas conservan la ambigüedad característica de las apreciaciones personales.

También se han aplicado las matemáticas, ya desde los griegos, a la estética. El dar el valor de ciertas proporciones (división áurea, por ejemplo) para obtener la belleza en determinadas obras escultóricas o arquitectónicas, data de muy antiguo.

Modernamente, el mismo Birkhoff intentó una teoría matemática de la estética (6). Aquí la *medida estética M* viene definida como cociente de dos factores $M = O/C$. El primero O es el *orden* y el segundo C la *complejidad*. Cada uno de estos factores es la resultante de otros factores secundarios, unos positivos (repetición moderada, semejanza, equilibrio...) y otros negativos (ambigüedad, repetición excesiva, imperfección...). Igual que antes, si esta medida M se pudiera aplicar a toda obra de arte, se tendría la manera de sumar o restar valores estéticos y aun de someterlos a operaciones matemáticas más complicadas. Birkhoff da reglas para

(5) G. D. BIRKHOFF, *A Mathematical Approach to Ethics*. The Rice Institute Pamphlet, vol. XXVIII, 1941.

(6) G. D. BIRKHOFF, *A mathematical theory of Aesthetics and its application to Poetry and Music*, Rice Institute Pamhlet, vol. XIX, 1932. Hay también el libro del mismo autor *Aesthetic Measure*, Cambridge, 1933.

el cálculo de su medida estética M y las aplica a comparar el valor estético de obras de escultura o pintura suficientemente simples para que la cuestión sea posible. También aplica su teoría a la poesía y a la música. Los resultados obtenidos, si bien mejores que en el caso de la ética, deben considerarse como muy modestos. Por el momento la teoría no ha tenido seguidores y no es posible decir si quedará tan solo como un ensayo o si será el principio de una teoría más completa.

Con mayor éxito que a la ética y a la estética se ha desarrollado la matematización de la tercera rama del pensar filosófico: la lógica. Actualmente la lógica matemática forma ya un capítulo de la matemática moderna, capítulo de gran extensión y profundidad. Con ello se ha beneficiado sin duda la lógica, pero también la matemática, que ha podido afirmar de manera más sólida sus fundamentos y aclarar ciertos puntos oscuros de los mismos.

Hace tiempo que el cálculo matemático se emplea con éxito en la biología, tanto en problemas de equilibrio biológico, epidemiología y teoría de la evolución (es bien conocido el libro de V. Volterra sobre *La teoría matemática de la lucha por la vida*) como en la biofísica con la escuela de Rashevsky de la Universidad de Chicago. Un intento de llevar el método matemático a regiones todavía más complejas, como la fisiología del sistema nervioso comparándolo con los servomecanismos, la psicología, sociología y otras ramas muy diversas, lo constituye la llamada *Cibernética* (7) iniciada por un grupo de científicos norteamericanos encabezado por el matemático N. Wiener y de la cual se ha ocupado en la Argentina, en diversos cursos y conferencias, el prof. Alberto González Domínguez.

Muchos ensayos de someter al cálculo matemático ciertas disciplinas, como la ética, la estética o los mismos ambiciosos proyectos de la Cibernética, pueden parecer fantásticos e irrealizables. Intervienen en ellos demasiados factores y demasiado complejos — se dice — para que sea posible esquematizarlos en un modelo matemático. Es posible que haya cierto grado de razón en este escepticismo, pero no hay que perder de vista que la misma dificultad tiene que haberse planteado en los comienzos del tratamiento matemático de cualquier teoría. Poco podía sospechar Ticho Brahe que todas sus tablas de observaciones podían condensarse en la simple fórmu-

(7) Ver el libro *Cybernetics* de N. Wiener, New York 1948.

la matemática de la ley de atracción universal de Newton, ni es probable que Galvani y Volta al ver las muy diversas manifestaciones de los fenómenos eléctricos creyeran que sería posible algún día condensarlos todos en las cuatro fórmulas de Maxwell. También debía ser difícil de creer que se llegara a poder tratar matemáticamente la evolución de sistemas con prácticamente infinitos grados de libertad, las moléculas de un gas por ejemplo, como hizo después la mecánica estadística.

° ° °

En los estudios económicos se ha intentado muchas veces utilizar el cálculo matemático. Los resultados, sin embargo, no pueden considerarse un éxito. Tal vez ello sea debidó a que se ha pretendido casi siempre aplicar modelos matemáticos que fueron creados para otras disciplinas. Uno de los últimos ensayos, cuyo éxito o fracaso sólo la práctica o la experiencia podrán decidir, es el llevado a cabo por el matemático John von Neumann y el economisma Oskar Morgenstern en su libro *Theory of games and economic behavior* publicado en 1943.

La importancia de este libro radica principalmente en que en el mismo se introducen por primera vez métodos matemáticos completamente nuevos, creados expresamente para los problemas que se trata de resolver, los cuales no tienen análogo en otras disciplinas matemáticas. «No se debe olvidar — dicen los autores — que los cambios en la técnica matemática a que puede obligar la aplicación a una nueva disciplina, pueden ser muy considerables. La fase decisiva de la aplicación de la matemática a la física — la creación por Newton de la mecánica racional — puede difícilmente ser separada del descubrimiento del cálculo infinitesimal. Ahora bien, la importancia de los fenómenos sociales, el poder y la multiplicidad de sus manifestaciones y la multiplicidad de su estructura, es por lo menos igual a la de aquellos de la física. Hay por consiguiente que esperar — o temer — que sean necesarios descubrimientos matemáticos de una magnitud comparable a la del cálculo para lograr un éxito definitivo en este campo. A fortiori es improbable que una simple repetición de los artificios que han servido muy bien en física, sigan sirviendo para los fenómenos sociales. La probabilidad es en efecto muy pequeña, puesto que los problemas que

aparecen en este último campo son muy distintos de los que presenta la física».

En esencia la teoría de von Neumann-Morgenstern consiste en asimilar la lucha económica entre varios competidores a un juego entre jugadores, en el cual cada uno trata de obtener el máximo provecho. Como el resultado, para un determinado jugador, no depende únicamente de sus propios actos, sino también de los de los demás, el problema es de obtener el máximo de una función de la cual no se controlan todas las variables. Este es el problema que no tiene análogo en otras ramas de la matemática.

Como el método tiene aplicaciones muy variadas, vale la pena de que lo puntualicemos con más detalle.

Sean A y B dos jugadores que convienen en el siguiente juego: A elige a voluntad un número α entre los 1, 2, 3, 4 .... m_1 y B, independientemente, elige otro β entre los 1, 2, 3 .... m_2. De antemano se ha dado una función de dos variables $H(\alpha, \beta)$ que indica, para cada par α, β elegido, el número de pesos que A recibe de B; si H resulta negativo indicará los pesos que A pagará a B.

Supongamos que la probabilidad de A para elegir α entre los números 1, 2, 3 .... m_1 sea ξ_α. Esta función ξ_α constituye la llamada *estrategia* de A. En efecto A la puede elegir a su voluntad, a la manera que estime más conveniente. Análogamente, sea η_β la estrategia de B. La esperanza matemática de la ganancia de A será

$$K(\xi, \eta) = \sum_{\alpha=1}^{m_1} \sum_{\beta=1}^{m_2} H(\alpha, \beta)\, \xi_\alpha\, \eta_\beta . \qquad [1]$$

¿Cómo deberá elegir A su estrategia ξ_α? Debe ser tal que cualquiera que sea la manera de jugar de B, o sea, cualquiera que sea la estrategia η_β, la esperanza K sea lo mayor posible. Una vez elegido α, en el peor de los casos (para A) de que B se entere del número α elegido, jugará de manera que $K(\xi, \eta)$ resulte mínimo, o sea de modo de obtener el $\min_\eta K(\xi, \eta)$. Por tanto A, presuponiendo esto, debe jugar de manera que el mínimo anterior resulte máximo, es decir, la buena estrategia para A será la que corresponde al

$$\text{máx}_\xi \text{ mín}_\eta K(\xi, \eta) . \qquad [2]$$

Análogamente, B debe razonar así: mi estrategia η_β debe ser tal que si A se entera de ella y por tanto elige ξ_α de manera de al-

canzar el $\max_\xi K(\xi, \eta)$, la η debe hacer mínimo a este máximo, o sea, debe verificar el

$$\min_\eta \max_\xi K(\xi, \eta). \qquad [3]$$

El teorema fundamental de esta teoría de los juegos de von Neumann, afirma que cualquiera que sea la función $H(\alpha,\beta)$, [2] resulta igual a [3]. Es el llamado principio del « minimax ». Con la condición de realizar [2] ó [3] se obtienen las « buenas estrategias »; éstas, en general, no son únicas, pues los sistemas de valores ξ_α, η_β que realizan [2] ó [3] pueden ser varios. Considerando las ξ_α como coordenadas de un punto ξ y las η_β como coordenadas de un punto η, las « buenas estrategias » resultan ser las coordenadas de los « puntos de ensilladura » (*saddle points*) de la función $K(\xi, \eta)$.

Este esquema de razonamiento y solución de un problema de juego, no de azar, sino entre jugadores inteligentes, tiene aplicación no sólo en economía, sino también en otras muchas cuestiones. Por ejemplo, durante la última guerra, se ha utilizado para resolver problemas de estrategia militar (8).

Vamos a dar un ejemplo numérico concreto que sirva al mismo tiempo de aclaración de la teoría.

Sean A y B dos comandos de fuerzas aéreas enemigas. A dispone de una escuadra aérea de bombarderos nocturnos que durante el día debe guardar en uno de m aerodromos $a_1, a_2, \ldots, a_m$; se supone que cada noche puede elegir el aerodromo donde la escuadra deberá permanecer el día siguiente. Por su parte el enemigo B puede bombardear durante el día uno solo de los aerodromos a_1, $a_2, \ldots, a_m$. Cada aerodromo a_i tiene sus características propias que varían de uno a otro: defensas antiaéreas, protección aérea, facilidades de camouflage, dificultad de acceso por parte de B, etc. Teniendo en cuenta estas condiciones, se calcula que si la escuadra está en el aerodromo a_i y B bombardea el aerodromo a_j, A gana $H(a_i, a_j)$ aviones enemigos; es decir, $H(a_i, a_j)$ es la diferencia entre el número de aviones perdidos por B y los perdidos por A; si H resulta negativo, indica que A pierde más aviones que B.

(8) Ver por ejemplo el artículo de P. A. MORSE, *Mathematical problems in operations research*, Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 54, 1948.

La función $H(a_i, a_j)$ es el dato del problema; debe calcularse a priori a partir de las condiciones dichas que caracterizan a cada aerodromo. El problema es: dada la función $H(a_i, a_j)$ ¿según que ley (o estrategia) debe ir guardando A su escuadra en los distintos aerodromos $a_1, a_2 \ldots, a_m$?

Ya hemos dicho, según la teoría general, que la estrategia de A debe ser tal que se cumpla la condición [2] o su equivalente [3]. Supongamos, para fijar todavía más las ideas que los aerodromos sean tres a_1, a_2, a_3 y que la función $H(a_i, a_j)$ esté dada por el siguiente cuadro

A / B	a_1	a_2	a_3
a_1	— 10	4	4
a_2	8	— 6	8
a_3	5	5	— 8

[4]

Esto quiere decir, por ejemplo, que si A guarda su escuadra en el aerodromo a_2 y B bombardea el a_1, A gana 4 aviones; si A elige el aerodromo a_3 y B bombardea el mismo a_3, A pierde 8 aviones, etc.

Según [1] será

$$\begin{aligned} K(\xi, \eta) = {} & (-10\,\xi_1\eta_1 + 4\,\xi_2\eta_1 + 4\,\xi_3\eta_1) \\ & + (\ \ 8\,\xi_1\eta_2 - 6\,\xi_2\eta_2 + 8\,\xi_3\eta_2) \\ & + (\ \ 5\,\xi_1\eta_3 + 5\,\xi_2\eta_3 - 8\,\xi_3\eta_3). \end{aligned} \qquad [5]$$

y además, si ξ_1, ξ_2, ξ_3 son las probabilidades de guardar la escuadra en los aerodromos a_1, a_2, a_3 respectivamente y η_1, η_2, η_3 las de bombardear los mismos por parte de B, es

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 1\,, \qquad \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = 1 \qquad [6]$$

Según esto, se puede sustituir en [5] $\eta_3 = 1 - \eta_1 - \eta_2$, $\xi_3 = 1 - \xi_1 - \xi_2$ y para obtener las buenas estrategias bastará hallar los «puntos de ensilladura» de $K(\xi, \eta)$, en los cuales debe ser:

$$\frac{\partial K}{\partial \eta_1} = -27\,\xi_1 - 13\,\xi_2 + 12 = 0\,,$$

$$\frac{\partial K}{\partial \eta_2} = -13\,\xi_1 - 27\,\xi_2 + 16 = 0$$

de donde,

$$\xi_1 = \frac{29}{140}, \quad \xi_2 = \frac{69}{140}, \quad \xi_3 = \frac{42}{140} \qquad [7]$$

es decir: supuesto bien estimado el cuadro [4] de la función $H(a_i, a_j)$ la mejor estrategia para A será aquella que de cada 140 días, guarda 29 días la escuadra en el aerodromo a_1, 69 en el a_2 y 42 en el a_3. Para un tiempo menor hay que distribuir estos días proporcionalmente.

Por su parte, procediendo análogamente respecto η_1, η_2, η_3 se obtiene

$$\eta_1 = \frac{13}{40}, \quad \eta_2 = \frac{13}{40}, \quad \eta_3 = \frac{14}{40}. \qquad [8]$$

Es decir, siempre en la hipótesis de que el cuadro [4] esté bien estimado, la mejor estrategia para B será aquella que de cada 40 días bombardea 13 el aerodromo a_1, 13 el a_2 y 14 el a_3, números que deben sustituirse por otros proporcionales para un espacio de tiempo menor.

Procediendo de la manera indicada A puede estar seguro de que, cualquiera que sea la manera de proceder de B, la esperanza matemática de los aviones ganados por A será por lo menos igual al valor [1] donde se sustituyan ξ y η por los valores [7] y [8] (en el ejemplo resulta $K = 11/10 \sim 1$).

° ° °

Donde las matemáticas se han aplicado con mayor éxito es en las ciencias físicas. Muchos capítulos de la matemática forman una unidad indivisible con la parte de la física que les ha dado origen y de la cual constituyen la estructura fundamental. El extraordinario desarrollo de la física clásica fué motivado principalmente por disponer del instrumento matemático: al expresarlas matemáticamente muchas ideas se aclararon y muchos conceptos quedaron bien definidos, formando una firme base sobre la que fué posible edificar toda la teoría.

Un hecho curioso que ocurre con frecuencia al matematizar una teoría o condensar en fórmulas concretas un grupo de ideas o de hechos aislados, es que, contrariamente a lo que parecería natural, estas fórmulas permiten luego deducir consecuencias inesperadas.

Se podría creer que « las fórmulas no pueden contener más de lo que se ha metido en ellas » y sin embargo, debido posiblemente a que sin sospecharlo se introduce en ellas mucho más de lo que se intenta, muchas veces, una vez planteada matemáticamente una teoría, reducidos a fórmulas sus principios, resulta que se deducen de ellas muchas consecuencias que no se habían previsto y que resultan ciertas.

En la Física abundan ejemplos de este hecho. Es clásico y muy citado el caso de las ecuaciones de Maxwell, que escritas para condensar todos los fenómenos electromagnéticos conocidos, se vió que contenían la propagación ondulatoria de la electricidad, lo que fué comprobado más tarde por Hertz.

Más moderno es el descubrimiento del mesón. El físico japonés Yukawa, en 1935, al expresar mediante una fórmula matemática el potencial de atracción entre dos nucleones (potencial de Yukawa), fórmula que escribía para explicar un grupo de fenómenos, se encontró, como consecuencia no esperada, que como contrapartida de los fotones del campo electromagnético debían existir, en el campo nuclear, partículas pesadas cuya masa permitía la fórmula calcular. Como estas partículas no se conocían se creyó primeramente que ello era un inconveniente de la teoría, hasta que poco después se encontraron efectivamente las partículas previstas, con la masa prevista: fueron los llamados mesones.

Un hecho análogo, tal vez más instructivo porque prueba la confianza que hay que tener en las fórmulas matemáticas, ocurrió con las ecuaciones de la gravitación de Einstein. En el interior de la materia estas ecuaciones se escriben

$$R_{ji} - \frac{1}{2} g_{ij} R = - \varkappa T_{ij} \qquad [9]$$

donde R_{ij} es el tensor de Ricci del espacio tiempo, g_{ij} el tensor fundamental, R la curvatura escalar, $\varkappa$ una constante universal y T_{ij} el tensor-energía de la materia (nulo fuera de la materia). Al aplicar las ecuaciones [9] para obtener la forma global de todo el espacio tiempo, suponiendo en él un reparto uniforme de la materia, y suponiendo al mismo estático, es decir, invariable con el tiempo, resulta que el sistema es incompatible a no ser que sea « vacío », con densidad de materia nula. Como este hecho no se ajusta a la realidad, la única manera de salvar la teoría pareció

ser la de añadir a las ecuaciones [9] un término complementario λg_{ij}, con una nueva constante universal λ que se llamó constante cosmológica. Sin embargo esto supuso una falta de fe en las ecuaciones [9]; en vez de corregirlas, se debió aplicarlas estrictamente, aun sacrificando otras hipótesis que parecían naturales. En efecto, si en vez de suponer el universo estático se supone que puede variar con el tiempo (universo con curvatura función del tiempo), las ecuaciones [9] ya no resultan incompatibles. Lo que ocurre entonces es que el radio de curvatura del universo resulta variable con el tiempo, hecho confirmado más tarde por Hubble y que constituye la llamada « expansión del universo ». Esta « expansión » resultó, por tanto, estar ya contenida en las ecuaciones de la gravitación, apesar de que el mismo Einstein no sólo no lo sospechó, sinó que creyó más lógico modificar las ecuaciones antes que aceptar esta consecuencia que parecía absurda.

° ° °

Con los ejemplos anteriores vemos que un primer aspecto de los problemas actuales de la matemática es el de matematizar teorías que todavía no lo han sido. Después del éxito de las matemáticas en la física clásica, ha venido la física moderna en que este éxito ya no es tan claro ni positivo. Para explicar muchos fenómenos experimentales, de la estructura del átomo principalmente, ha sido necesario crear una gran variedad de nuevos modelos matemáticos, que han resultado aplicables en ciertos casos, pero que han fracasado en otros. En el fondo de toda la física moderna es de esperar que haya una estructura matemática única para todos los fenómenos, pero todavía no ha sido encontrada.

De igual actualidad son las aplicaciones a la economía y ciencias sociales, en cuya dirección el libro citado de von Neumann y Morgenstern constituye los principios de lo que puede ser una importante teoría y la Cibernética de N. Wiener es sólo un programa tal vez excesivamente ambicioso.

Quedan después los problemas dentro de la matemática misma. En este sentido cada rama tiene sus problemas propios, de naturaleza muy diversa, lo que hace imposible dar una característica común a todos. Es necesario elegir un punto de vista y contentarse en vislumbrar una determinada sección del horizonte matemático.

Si nos ponemos en el campo de la Geometría, incluyendo varias ramas más o menos relacionadas con ella, existe actualmente un aspecto bien definido que caracteriza la dirección hacia la que tienden a evolucionar y en las que se trabaja con mayor intensidad. Se trata de los llamados problemas « en grande » (en inglés « in the large », en alemán « im Grössen »). Consisten en lo siguiente: El cálculo diferencial ha permitido estudiar bien las propiedades de cualquier curva, superficie o variedad (o cualquier elemento matemático por ellas representado, como los grupos continuos) alrededor de un punto, o sea « en pequeño », pero salvo en casos aislados no se ha podido, de estas propiedades, deducir consecuencias sobre toda la curva, superficie o variedad considerada en su conjunto; estas últimas serían las propiedades « en grande » que actualmente se trata de encontrar. Veamos algunos ejemplos que aclaren la cuestión:

1. En la teoría de superficies clásica se supone siempre tratar de una región de superficie en la cual existe un sistema de coordenadas curvilíneas u, v tal que por cada punto pasa una y una sola curva del sistema u y una y una sola del sistema v. Supongamos una superficie cerrada S, ¿existirá siempre un sistema de coordenadas de este tipo válido para toda la superficie?

Esto es un ejemplo de geometría diferencial « en grande », puesto que se trata de ver si es posible extender a toda una superficie una propiedad bien simple y conocida para regiones pequeñas de la misma. En este caso el problema está resuelto, con el resultado curioso de que para que sea posible es necesario y suficiente que la superficie S sea del mismo tipo topológico que el toro. Para una esfera, por ejemplo, no es posible.

2. La esfera goza de la propiedad notable de que todas sus geodésicas (los círculos máximos) son curvas cerradas. Lo mismo ocurre para la hiperesfera del espacio de n dimensiones (lugar de los puntos cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = R^2$). Para el caso de superfices ($n = 2$) se sabe que existen y han sido bien estudiadas otras superficies, distintas de la esfera, con la misma propiedad de tener todas sus curvas geodésica cerradas. En cambio para variedades de dimensión superior a dos ¿existirán también variedades distintas de las hiperesferas tales que todas sus geodésicas sean curvas cerradas? La respuesta no se conoce.

3. Interesantes y difíciles son los problemas de « inmersión » de una variedad dentro de otra. Por ejemplo, se sabe que no existe ninguna superficie de curvatura constante negativa que pueda estar contenida en el espacio ordinario de 3 dimensiones sin presentar singularidades; es decir, las superficies de curvatura constante negativa no son inmersibles en el espacio ordinario. ¿Lo serán en un espacio euclidiano de mayor número de dimensiones?

Más general: ¿es siempre una variedad de Riemann inmersible en un espacio euclidiano?

Ambos problemas son fáciles de resolver (por la afirmativa) « en pequeño », es decir, para porciones suficientemente limitadas de superficie o variedad, pero no se han podido resolver « en grande », para la variedad completa.

4. — S. Bochner ha obtenido el siguiente resultado (9): si el tensor de Ricci $R_{jk} = R_{ijkl}g^{il}$ de una variedad de Riemann cerrada es positivo y definido, el número de Betti (o coeficiente de conexión) de primer orden de la variedad es cero. Resultado interesante que vincula una propiedad « en pequeño », si bien cumplida en cada punto de la variedad, con una propiedad « en grande » que depende de la estructura topológica de la misma. La geometría diferencial actual tiende a resolver problemas de tipo análogo. El teorema de Bochner permite únicamente decidir si el primer número de Betti es o no nulo, pero ¿existirán otros tensores u otras formas cuadráticas, de cuyo comportamiento se pueda deducir el valor o tan sólo una acotación para los números de Betti de orden superior? Algunos resultados han sido obtenidos en este sentido por Hodge (10) y el mismo Bochner (11), pero en general se trata todavía de un campo prácticamente desconocido en cuya exploración están trabajando los mejores geómetras de nuestros días (12).

La Topología trata toda ella de problemas « en grande ». De aquí su gran desarrollo en los últimos años y sus ramificaciones a todas las partes de la matemática. Una interesante recopilación de proble-

(9) *Vector fields and Ricci curvature*, Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 52, 1946.

(10) *Theory and applications of Harmonic Integrals*, 1941.

(11) *Curvature and Betti numbers*, I, II, Annals of Mathematics, vols. 49 y 50 (1948-1949).

(12) Más detalles y otro tipo de problemas se encuentran en la exposición de S. S. Chern, *Some new viewpoints in Differential Geometry in the large*, Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 52, 1946.

mas pendientes en Topología y en la teoría de grupos con ella relacionada puede verse en el artículo de S. Eilenberg titulado *On the problems of Topology*, Annals of Mathematics, vol. 50, 1949.

Un campo en que los nuevos puntos de vista se manifestan en todas sus brillantes perspectivas es el llamado « Cálculo de Variaciones en grande » creado por el matemático norteamericano Marston Morse. Se trata, con algunas variantes, de problemas del tipo siguiente: dados dos puntos A y B sobre una superficie o variedad ¿cuántas geodésicas habrá que los unan?; o bien, si A y B coinciden, ¿cuántas geodésicas cerradas contiene una superficie o variedad dada? De este tipo de problemas se conoce, en general, sóla una acotación inferior para el número de geodésicas.

Vale la pena que demos una idea de cómo Morse atacó este tipo de problemas, mezcla interesante de análisis y topología. Consideremos todas las curvas c de la variedad que unen A y B, como puntos c de un espacio funcional F. Sea $L(c)$ la longitud de la curva c, es decir, $L(c)$ es una función de punto definida sobre F. El problema queda convertido en el siguiente: dada una variedad F de puntos c y una función $L(c)$ sobre la misma, hallar los *puntos estacionarios* (o puntos *críticos*) de $L(c)$ sobre F. En este sentido Morse logra las desigualdades fundamentales $M_k \geqq R_k$, que relacionan los números M_k de puntos estacionarios de tipo k (esta clasificación de los puntos estacionarios en tipos es un problema topológico), con los números de Betti R_k de la variedad. Por tanto bastará conocer estos últimos para el espacio funcional F para poder asegurar la existencia de un cierto número mínimo de geodésicas que unen A con B.

El mismo método de Morse es aplicable a la solución de otros tipos muy diversos de problemas. Se puede resolver, por ejemplo, el siguiente: sean dadas en un plano n curvas cerradas con tangente en cada punto y sin puntos dobles; llamemos « polígono de luz » a todo polígono cerrado $A_1 A_2 A_3 \ldots . A_n A_1$ cuyos vértices estén sobre cada curva y que pudiese ser recorrido por un rayo de luz tal que en cada vértice se reflejara sobre la curva correspondiente como si ésta fuera un espejo, según las leyes ordinarias de la reflexión. Se demuestra entonces, mediante las desigualdades de Morse mencionadas, que existen siempre, por lo menos, 2^n polígonos de luz ([13]).

([13]) Otros ejemplos de aplicación del mismo método se pueden ver en M. Morse, *What is analysis in te large?, American Mathematical Monthly*, vol. XLIX, 1942.

Del mismo tipo, aunque todavía más difíciles, son los problemas sobre superficies de área mínima limitadas por un contorno dado, problemas estudiados principalmente por R. Courant. La cuestión de hallar una superficie de área mínima cuyo contorno sea una curva cerrada dada constituye el llamado problema de Plateau (1873) en el que han trabajado los más insignes geómetras del último cuarto del siglo pasado y del actual. Se consiguió demostrar la existencia de por lo menos una tal superficie para cada contorno que cumpliese ciertas condiciones muy amplias de regularidad. Pero queda pendiente: dado un contorno, se puede saber cuántas superficies de área mínima puede limitar? ¿existen curvas que sean contorno de infinitas superficies mínimas? Experimentalmente es fácil tratar la primera cuestión, simplemente sumergiendo un alambre de igual forma que la curva dada en una solución jabonosa y ver la membrana que se forma (ella es una superficie mínima); se observa, en ciertos casos, la posibilidad de que se formen diferentes tipos de membranas para un mismo contorno. Sin embargo el tratamiento matemático del problema es una cuestión abierta.

En estos, como en la mayoría de los problemas « en grande », se nota la falta de un instrumento matemático que sea de aplicación general para todos. El cálculo diferencial ha dado resultados magníficos para los problemas « en pequeño »; la topología los está dando para problemas « en grande » cuyos datos sean también de la misma naturaleza. Falta el mecanismo que a partir de datos « en pequeño » (como son las condiciones de que una curva sea geodésica, o que una superficie sea mínima, pues lo primero equivale a que sea nula la curvatura geodésica en cada punto y lo segundo a que lo sea la curvatura media) permita deducir consecuencias « en grande ».

* * *

En otros muchos capítulos de la matemática se presentan también innumerables problemas no menos importantes ni de menos actualidad. Como ya dijimos, nos hemos tenido que colocar en un ángulo particular y limitado desde el cual sólo una parte reducida del edificio matemático se puede vislumbrar. Pero nuestro objeto era sólo dar una idea de los esfuerzos que hoy, como en todas las épocas pasadas, realizan los matemáticos tanto para resolver los problemas que ellos mismos se van planteando, como para reducir al cálculo

matemático todas las disciplinas que gobiernan o influyen en las actividades humanas.

Respecto esto último, incluso a veces se ha pretendido extrapolar las posibilidades de la matemática y deducir de sus fórmulas resultados trascendentes; ya desde Pitágoras se ha intentado dar un sentido místico a las fórmulas matemáticas o aplicarlas a las llamadas ciencias ocultas: astrología, quiromancia, etc. Todo ello dirigido a adivinar el porvenir. Proyectos fantásticos, por suerte. El interés de la vida radica precisamente en el desconocimiento del mañana; el día que al nacer se supiera ya el destino de cada uno, no valdría la vida la pena de ser vivida; la continua y eterna esperanza es lo que da aliciente para seguir luchando y la vida es lucha.

Menos fantástico es el sueño de llegar a matematizar la economía, la sociología, las leyes, hoy un tanto vagas, que regulan las relaciones mutuas entre los hombres y los países, llegando a resolver las disputas, como pretendía Leibniz, con un « calculemos ». Proyecto menos fantástico pero que tampoco ha de ser posible, pues por encima del frío cálculo y de las rígidas leyes de la lógica, las acciones humanas estarán siempre influidas por la pasión, que procede del alma, con sus infinitos matices, que por ser soplo divino ha de conservar eternamente la poesía que impide su sujección a ninguna lógica y a ninguna matemática.

BIBLIOGRAFÍA

VILLALOBOS, C. y J. — Atlas de los colores. Colour Atlas. 1 vol., 38+2 láminas, 90 pág. de texto. Editorial El Ateneo. Buenos Aires, 1947.

En las 38 láminas de este atlas figuran, en esmerada gradación, 7279 colores distintos para la simple vista normal; vale decir casi siete veces más colores que los registrados en la segunda y última edición (año 1912) de la «Nomenclatura de Ridgway» usada frecuentemente por los naturalistas.

En los casos en que hay que clasificar colores que no son exactamente los contenidos en el atlas, es posible interpolar entre los que están representados, y con este recurso se llega a catalogar más de 60.000 colores diferentes, el doble, aproximadamente, del número que según se dice alcanzaron los romanos en la extraordinaria policromía de sus mosaicos. Conviene decir, sin embargo, que en las aplicaciones corrientes del atlas no es necesario echar mano del señalado recurso.

Este álbum constituye, pues, un verdadero diccionario de los colores, de admirable amplitud y de gran utilidad para los naturalistas, arquitectos, industriales, artes gráficas, decoradores, pintores, filatelistas, etc.

Uno de los autores de la obra, a quien, según se comprueba, el problema de la clasificación de los colores preocupaba desde largo tiempo atrás, concretó en un trabajo publicado en 1931 en estos *Anales* (*) ideas bien definidas al respecto. En dicho trabajo explicó que la variedad de matices que Newton distinguió y se acostumbra describir en el espectro solar, provienen de que los espectros que se consideran son impuros, por ser obtenidos mediante rendijas excesivamente anchas, y que en condiciones de pureza ese espectro muestra solamente tres secciones homogéneas, ocupadas respectivamente por las luces roja, verde y azul, las mismas que en los experimentos de Young resultaron elementales, suficientes e indispensables para obtener por mezcla todos los demás colores.

Es esta base tricromética la que han utilizado los autores para realizar su atlas, y para individualizar cada uno de los colores representados han adoptado una práctica notación de tres símbolos, tres coordenadas podríamos decir, indicativas, respectivamente, de lo que ellos llaman tintes, valor de luminosidad (sensación de más claro o más obscuro) y grado de cromicidad (sensación de más fuerte o más débil).

Treinta y ocho son los tintes establecidos y representados en otras tantas

(*) VILLALOBOS DOMÍNGUEZ, C. «Investigaciones sobre los espectros impuros y sus consecuencias para la teoría de los colores». *Anales de la S. C. A.* Tomo CXI, Etr. I, año 1931.

láminas que contiene cada una, dentro de su propio tinte, doce grados distintos de cromicidad y diecinueve valores diferentes de luminosidad. A esto debe agregarse, comunes a todas las láminas, diecinueve colores grises o neutros, el blanco y el negro. Eliminados algunos colores muy obscuros y otros muy claros, cuya diferencia con los vecinos el ojo humano no puede apreciar, cada lámina registra 191 colores y sumando a ellos los neutros, el blanco y el negro, resultan en total: $38 \times 191 + 21 = 7279$ colores, tal como lo hemos ya mencionado.

Los 38 tintes de la clasificación son los que se detallan a continuación usando la terminología de los autores:

Tres tintes simples: scarlet, green, ultramarine.
Tres tintes dobles principales: yellow, turquoise, magenta.
Seis tintes dobles transitivos: ruby, orange, lime, emerald, cobalt, violet.
Veintiseis intercalares: gradaciones entre los anteriores.

Explican dichos autores que han usado palabras inglesas para la designación de los tintes, porque no han encontrado en castellano doce palabras del mismo significado que tengan iniciales diferentes entre sí, característica ésta que, según se verá, tiene importancia para la aplicación de la nomenclatura adoptada.

Los símbolos para individualizar los tintes son las iniciales de aquellas palabras inglesas en el caso de los típicos; vale decir: R, S, O, Y, L, G, E, T, C, U, V, M. Para los tintes intercalares se usan dobles y triples letras indicativas de los símbolos de los tintes típicos entre los cuales se encuentra en el espectro el tinte intercalar que se quiere designar. Así, VM es el tinte cromáticamente equidistante de « violet » y « magenta »; VVM es un tinte entre « violet » y « magenta », pero más cercano a aquél que a éste; MMV es otro tinte entre « magenta » y « violet », pero más próximo a M que a V; etc.

Los valores de luminosidad se simbolizan por la serie de los números desde 1 a 19, y los grados de cromicidad se representan con la notación 1°, 2°, 3°,..., 12°. De tal manera el color G-9-10°, por ejemplo, se encontrará en el atlas en la lámina G y dentro de ella en el lugar en que se cruzan las coordenadas valor 9 —escala anotada en el margen derecho de la lámina— y grado 10 —escala escrita al pie de la lámina—, y en ninguna otra parte.

La última columna de la izquierda de cada lámina representa la escala de los colores neutros (obtenida por dosificación óptica de las sensaciones de blanco y negro), y la primera de la derecha contiene los colores del tinte a que corresponde la lámina en su más alto grado de cromicidad. Esta es la columna que da la escala de los colores francos del tinte que encabeza la lámina y entre dichos colores se encuentra el « color saturado », señalado con un asterisco a la altura que su propio valor le asigna, altura variable de una a otra lámina. Los once colores intermediarios entre un neutro y un franco del mismo valor de luminosidad conservan dicho valor. El conjunto de todos los colores completa dentro de cada lámina una superficie rectangular.

Un índice cortado que aparece en el costado derecho del block formado por las láminas, y que contiene los símbolos que distinguen a cada tinte o lámina

y la reproducción del correspondiente color saturado, facilita apreciablemente la búsqueda de cualquier color.

En el texto del atlas, explicaciones minuciosas indican la mejor manera de usarlo para clasificar el color de cualquier muestra de material y determinar las cifras o símbolos que le corresponden; para anotar las cifras sin tener el atlas a mano; para imitar con pinturas los colores que figuran en el álbum.

Con el fin de facilitar la comparación de muestras con los colores del atlas, se ha adoptado un sistema de perforación de las láminas que evidentemente resulta muy práctico, no obstante ciertos inconvenientes de estética —que los autores advierten— que el recurso origina en la presentación de las láminas.

En una lámina especial se ha desarrollado un hexágono cromático. Este hexágono se descompone en dos triángulos equiláteros en cuyos vértices se han situado los tres tintes simples y los tres dobles principales, y ha servido a los autores como figura cromática para representar en esquema todos los colores contenidos en el atlas. La figura se presta para deducir ciertas consecuencias referentes a la clasificación de los colores en familias, y también para la determinación de los colores complementarios, que son los que en el gráfico aparecen diametralmente opuestos.

Esbozan también los autores, como anticipo de un futuro tratado especial que tienen en estudio, las posibilidades que el atlas de los colores ofrece como instrumento previo para la elaboración de una técnica de la armonía cromática, similar a la técnica de la armonía musical. Como ejemplo práctico de lo que en esta materia puede hacerse aprovechando la gradación de colores que el atlas ofrece, presentan, convenientemente ilustrado, un caso de transporte cromático —del mismo tipo que el transporte musical— realizado con un original proveniente de una pieza de cerámica inglesa y del que se han obtenido, mediante el citado transporte, seis variantes sin mengua de la armonía original.

En un apéndice se dan tablas de conversión para pasar de las designaciones de los colores contenidas en « Nomenclature of colors for Naturalist » y « Color Standards and Nomenclature » de Ridgway y en « Colores de Chromotaxia » de Saccardo, a los símbolos con que los mismos colores se individualizan en el atlas.

La utilidad de estas tablas resulta obvia, especialmente para los naturalistas, que antes han empleado aquellas nomenclaturas y claves y que se encuentran ahora con que las obras de Ridgway están agotadas y la clave de Saccardo es de muy reducida amplitud (sólo 50 colores).

Es indudable que en la preparación de este atlas se han puesto a contribución una loable prolijidad y un cuidado minucioso de todos los detalles; por su parte las artes gráficas han realizado un excelente trabajo y es de creer que las precauciones que se han tenido para la selección y aplicación de las tintas usadas para representar los colores harán que la permanencia de éstas sea muy satisfactoria.

En resumen, una obra sumamente interesante y muy útil; un testimonio elocuente del elevado perfeccionamiento que en nuestro país ha alcanzado el arte de imprimir.

ALBERT MEURICE, (1939) et CHARLES MEUBICE. — « Cours d'Analyse des Produits les Industries Chimiques ». Tomo I, Les Industries minerales, Troisieme Edition, París, 1949.

Esta magnífica obra, clara en sus conceptos como todas las obras científico-didácticas francesas, es, aunque su primera edición data de 1912 y la segunda de 1933, una valiosa contribución a las materias que trata, de fundamental importancia en nuestros medios de iniciación industrial. Este primer tomo aparecido se refiere a las principales industrias minerales, y el segundo tratará las industrias de origen orgánico. La obra ha ido ampliándose continuamente, de acuerdo con las nuevas conquistas de la investigación, aumentando especialmente su parte analítica y sintetizando, en execelentes cuadros, las experiencias para las directivas rápidas de los análisis mineralógicos. Bajo este concepto la obra es un verdadero y extraordinario manual de trabajo, una guía que ha de facilitar la labor del estudiantado de la especialidad. Trata primero, en todos sus detalles, la industria del vidrio, estudiando intensamente sus materias primas, sus análisis y su clasificación industrial, los fundentes alcalinos, las arenas, los calcáreos, los oxidantes y decolorantes, el espatofluor, etc. El análisis de la materia vítrea, con el estudio de los colorantes del vidrio, son tratados largamente, así como el examen físico y óptico del vidrio. El capítulo sobre industrias cerámicas es extraordinariamente valioso, con datos concretos sobre las materias primas, especialmente las arcillas, el caolín, las bauxitas, los feldespates, las micas, los mármoles y la sílice. Detalla los estudios analíticos, de dureza, porosidad, resistencia y tenacidad, con muchos cuadros sinópticos que facilitan la rápida labor. Sigue luego el estudio de la industria del ácido sulfúrico, del ácido nítrico, el análisis de las sales metálicas, especialmente sulfatos de cobre, hierro, cinc, estaño y sodio. El capítulo sobre los pigmentos minerales, que aquí inició, en forma algo primitiva, el Dr. Walter Schiller, es extenso y claro, con datos de alto interés científico y práctico. En medio de la sencillez didáctica, al alcance de los que se inician, la obra es un conjunto de conocimientos científicos, escrita con la claridad de un método de laboratorio. Dada nuestra pobreza bibliográfica respectiva, el libro será de inmensa utilidad en nuestras bibliotecas y en las empresas que aquí explotan las industrias de origen mineral. La vuelta de la Mineralogía a los programas de enseñanza secundaria, auspiciosa para el momento nacional, tendrá en esta obra una fuente de información.

DR. JOSÉ LIEBERMANN.

OMISION

En tomo CL, Entrega II, pág. 73, entre renglones 24 y 25 se ha omitido este otro:

1946: Dr. Jorge Magnin e Ing. Emilio Rebuelto.

en toda
CONSTRUCCION

CEMENTOS PORTLAND

SAN MARTIN e INCOR

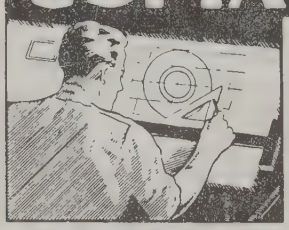
Empleados en toda clase de construcciones, tanto el cemento portland SAN MARTIN como el cemento portland INCOR, de endurecimiento rápido, representan la más firme garantía para realizar obras sólidas, seguras y permanentes.

CALIDAD - SERVICIO - COOPERACION

COMPAÑIA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND

RECONQUISTA 46 (R. 3) - BUENOS AIRES • SARMIENTO 991 ROSARIO

COPIAS DE PLANOS



PAPELES y TELAS
TRANSPARENTES
Material para dibujo

A. & M. CASASCO y CIA

Central: CORDOBA 1836 - Sue. RIVADAVIA 589 Bs. As. Rosario RIOJA 867

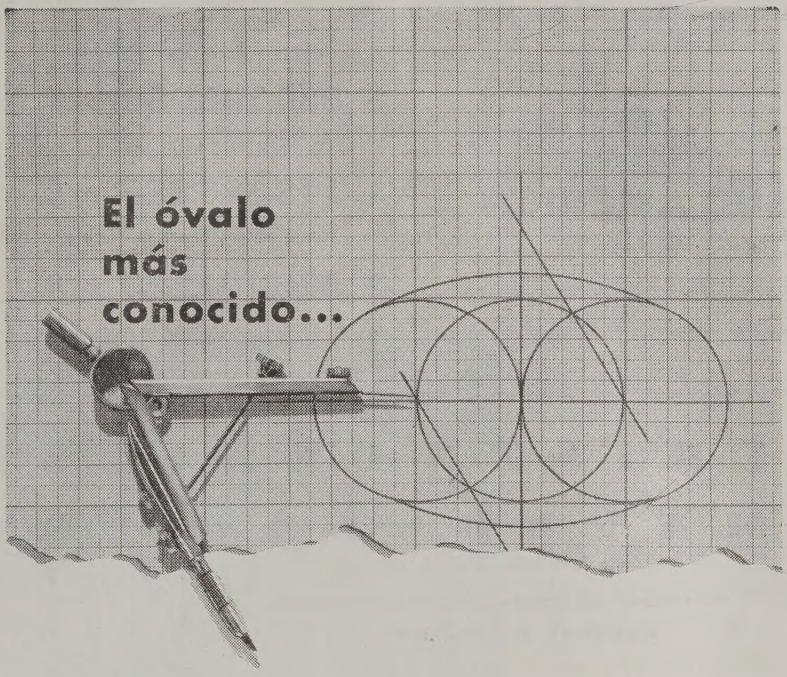
LIMA 461 — ALSINA 434

DURANTE los últimos años la demanda de electricidad aumentó extraordinariamente... Nuestras usinas trabajan al máximo, sin embargo no es posible satisfacer los nuevos requerimientos con la amplitud tradicional en nuestro servicio. Ante la emergencia, el Superior Gobierno estableció un ordenamiento del consumo, a fin de que no falte energía eléctrica para las necesidades primordiales del país.

Hasta tanto se logre superar las dificultades que retardan la instalación de más maquinarias y equipos, reduzca su consumo de electricidad; y consulte a nuestras oficinas de Informes y Contratación, en el Edificio Volta (Av. Pte. R. Sáenz Peña 832, entrepiso) o Sucursales, antes de emprender industrias u otras actividades que han de requerir nuestros servicios.

CADE

COMPAÑIA ARGENTINA DE ELECTRICIDAD S. A.



ESSO

El óvalo que nos enseñan a trazar en la escuela es una de las figuras geométricas más conocidas. Pero hay otro: el óvalo que lleva en su interior la palabra ESSO y que, dondequiera se consuman derivados de petróleo, ya sea en la industria, en el comercio, en los transportes, en la agricultura y en el hogar, identifica una extensa lista de productos de la más alta calidad.

PRODUCTORES, FABRICANTES Y DISTRIBUIDORES DE PRODUCTOS DE PETROLEO

COMPAÑIA DE SEGUROS DE VIDA
SUD AMERICA
Av. R. SAENZ PENA 530 - BUENOS AIRES

Seguros de vida en vigor.

$ 839.703.936 m/l.

Reservas Técnicas.

$ 113.335.888 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923.

$ 178.181.320 m/l.

C R I S T A L E R I A S

M A Y B O G L A S

Socio de la Unión Industrial Argentina

Sociedad de Responsabilidad Limitada

CAPITAL $ 1.000.000 m/n

•

MyB M. R.

ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO

Escritorio:
Cóndor 1625
T. E. 61-0212

Fábrica:
Tabaré 1630
T. E. 61-1480

ARIENTI y MAISTERRA

Soc. de Resp. Ltda. - Capital m$n 1.600.000

EMPRESA CONSTRUCTORA

CAÑOS DE HORMIGON

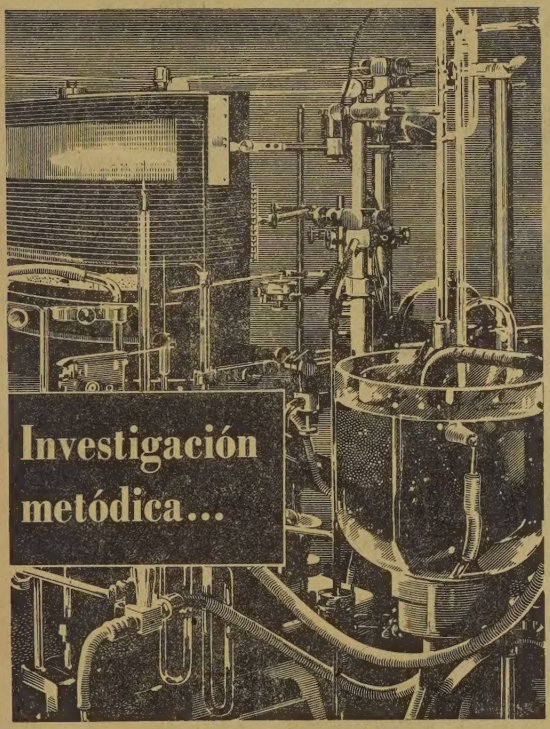
Av. VELEZ SARSFIELD 1851 - T. A. (21) 0075 - BUENOS AIRES

TALLERES
GRAFICOS

"TOMAS PALUMBO"

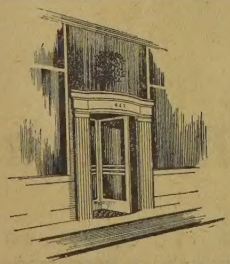
VIUDA DE PALUMBO E HIJOS

LA MADRID 311-325
21 - 1733 - Bs. AIRES



...y equipos modernísimos constituyen la base de nuestras creaciones. Por eso se distinguen por su calidad los medicamentos que ostentan la marca CIBA.

PRODUCTOS QUIMICOS
CIBA S. A.

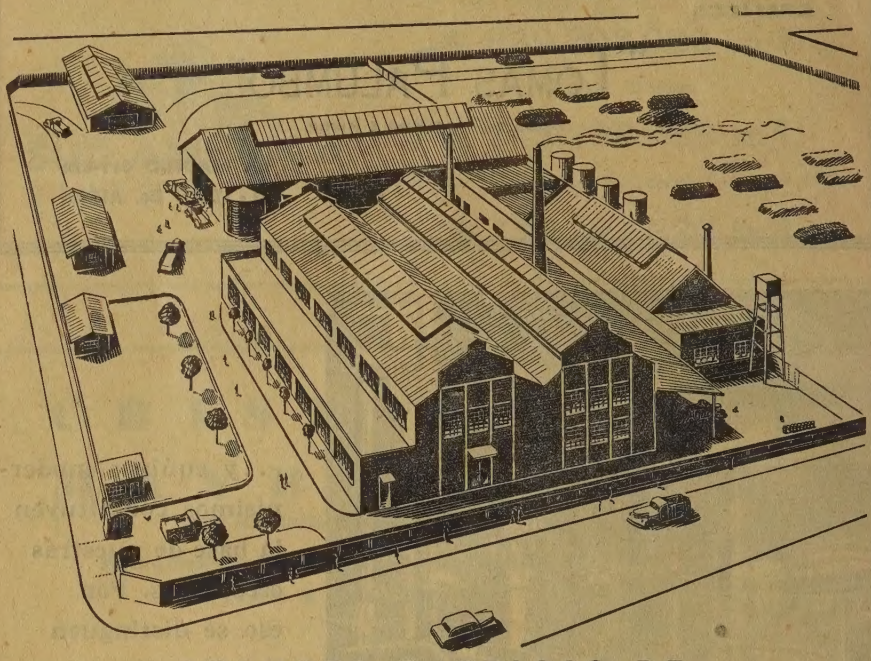


LA AGRICOLA
COMPAÑIA DE SEGUROS
FUNDADA EN 1905

CORRIENTES 441 — 32 DARSENA 3071
BUENOS AIRES

OPERA EN TODOS LOS RAMOS DEL SEGURO

DESDE 1931 CALIDADES Y EXISTENCIAS TRADICIONALMENTE SEGURAS



GRANDES FABRICAS DE:

DETERGENTES

EMULSIONANTES, HUMECTANTES Y AFINES PARA LAS INDUSTRIAS QUÍMICAS, TEXTILES, DEL CURTIDO, DE PINTURAS, COSMÉTICAS, FARMACÉUTICAS, ETC. ALCOHOLES GRASOS, ALCOHOL CETÍLICO, ALCOHOL OLEICO, ALCOHOLES GRASOS SULFONADOS (« ANDINIX »). ALQUIL - ARIL - SULFONATOS (« ALCOIL »). ACEITES EMULSIONABLES (« OLEAL »). JABÓN PURO ANHIDRO (« FRANCVAL »). EMULSIONANTES (« LANIX » Y « FRANQUINOL »). SUAVIZANTES (« SUVASIL »), ETC.

FrancVal **José Franchini Ltda.**

CAPITAL $ 450.000

CARABELAS 2398 - AVELLANEDA - T. E. 22 - 4015